TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA

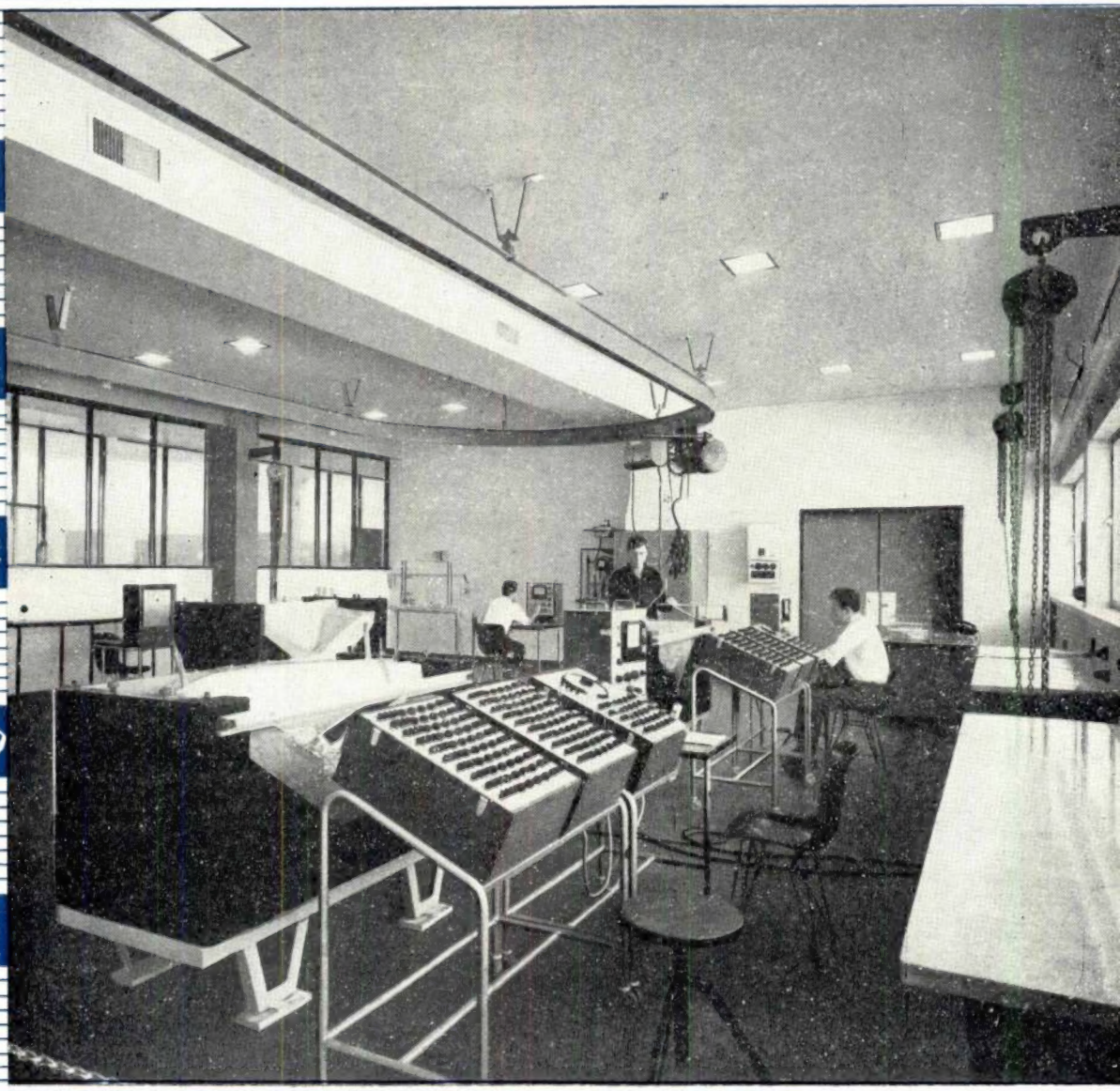
conomia

ecnologia

ociologia

nvestigação

edagogia



NOVEMBRO 1962

322

Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão — Setúbal

Telef. 228824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 328201/2/3

ELECTRO-ARCO
LIMITADA

ELECTRODIOS
POSTOS E ACESSORIOS
PARA A SOLDADURA ELECTRICA

MATERIAL APROVADO PELO
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING

FÁBRICA E LABORATÓRIOS
VENDA NOVA — AMADORA
LISBOA
RUA SILVA CARVALHO, 239 — TEL 683649
PORTO
RUA DO BOLHÃO, 216 — TEL 21277

OFICINAS E LABORATÓRIOS
DO
INSTITUTO SUPERIOR TECNICO

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de CARPINTARIA DE MOLDE, de INSTRUMENTOS DE PRECISÃO e de ELECTROTÉCNICA, fornecem todo o género de material escolar e de demonstração para o ensino técnico. Nos laboratórios de QUÍMICA ANALÍTICA, FÍSICA INDUSTRIAL E DE MINERALOGIA executam-se análises para o público

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA DOS ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Ano XXXVII - N.º 322 Novembro de 1962

Redacção e Administração: AVENIDA ROVISCO PAIS, I.S.T. * LISBOA-N. * TELEF. 77 01 44 (Linha 50)

CORPO REDACTORIAL

J. M. VIEGAS GONÇALVES
A. ROMÃO DIAS
J. F. GOMES DE PINA
A. ALVES MACEDO
A. M. L. ESTEVES BRINCA

★

NUMERO AVULSO 15$00

ASSINATURAS:

	3 N.os	6 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	37$50	60$00	110$00
Ultramar Português e Espanha	—	65$00	120$00
Estrangeiro	—	70$00	130$00

★

EDITOR E PROPRIETÁRIO
ASS. DOS ESTUD. DO I.S.T.

★

COMPOSTO E IMPRESSO
NA
Tip. JORGE FERNANDES, L.DA
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
LISBOA

SUMÁRIO

CAPA — Sala de ensaios de modelos pequenos do Serviço de Barragens do Instituto Calouste Gulbenkian, anexo ao Laboratório Nacional de Engenharia Civil.

Págs.

A propósito do primeiro doutoramento no Instituto Superior Técnico
Por Noémio Macias Marques 73

Teoria da informação — Sistemas discretos
Pelo Prof. Manuel José de Abreu Faro 77

Perdas de carga contínuas — Rugosidade de túneis revestidos e não revestidos
Por A. Quintela 105

Utilização de um espectrómetro γ de um canal na análise quantitativa de misturas de emissores γ
Por C. Lloy Braga e J. Lopes da Silva 125

Aspectos recentes do problema da potabilização das águas salobras e da água do mar
Por Manuel Farinha Portela 129

Notas informativas — **Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional** 134

Estudo dos métodos de avaliação de revestimentos metálicos de protecção
Por Antera Valeriana de Seabra e Pedro Reis dos Santos 135

Biblioteca 155

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SÃO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES

Índice Alfabético dos nossos anunciantes

A — Pág.

Agência Comercial, Lda. XXXVII
A. Johnson & Co (Portugal), Ltd. . . XXXII
Agro-Mecânica XXV
Asea Eléctrica Ld.ª XVIII
Azevedo & Pessi, Ltd. XVIII

C

Centro de Projectos CUF XV
Cimento Secil . . . . . 2.ª da capa
Cometna XXIV
Companhia de Cimentos Brancos . . VIII
Companhia Portuguesa de Trefilaria XVIII
Companhia União Fabril XIV
Construções Técnicas, Ltd.ª XXI
C. Santos, Ltd.ª . . . . . IX e XXXIV

E

Electro-Arco, Ltd.ª . . . . . 2.ª da capa
Empresa de Cimentos de Leiria . . XXXV
Empresa Electro Cerâmica XXXVIII
Empresa de Produtos Asfálticos. . . X
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª . . . . . 3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos XI
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações XXVIII
English Electric VI
Eng.º Augusto Cavaco XXXVII
Estores Sunway XX

F

Fábrica Portugal II
Fanafel XVI
Fluitherma XVII

G

Gomes de Castro & Irmão, Lda. . XVII

H

Harker Sumner & C.ª, Ltd. XXXI

I — Pág.

Impermeábilis XVIII

J

Jayme da Costa, Lda XXIII

K

Kellog International Corporation . XXIX

M

Monteiro Gomes, Ltd.ª IV
Mobil Oil Portuguesa . . . . . 4.ª da capa

O

Orlando Fernandes XVI

P

Papelaria Fernandes XIX
Pimentel & Casquilho, Ltd.ª III

S

S. E. Moniz da Maia & Vaz Guedes, L.da XIII
Soabal, Ltd. XII
S. Com. de Isolamentos de Cortiça XXXI
Soc. Comercial Romar, Lda. XXVI e XXX
Sociedade Construtora Portuguesa, Ltd.ª I
Société Louis de Roll V
Sociedade Portuguesa Cavan VIII
Sociedade Portuguesa do Ar Líquido XXII
Sociedade Técnica de Equipamentos e Tractores, Lda. . . . . (Intercalado)
Sofomil XXXIII
Sondagens Ródio, Ltd.ª XXXVII
Standard Eléctrica VII

W

Wild Portugal, Lda. XXVII

NITRATOS DE PORTUGAL
(Alverca)

Assentes sobre

1.453

ESTACAS FRANKI

Sociedade Construtora Portuguesa, Lda.

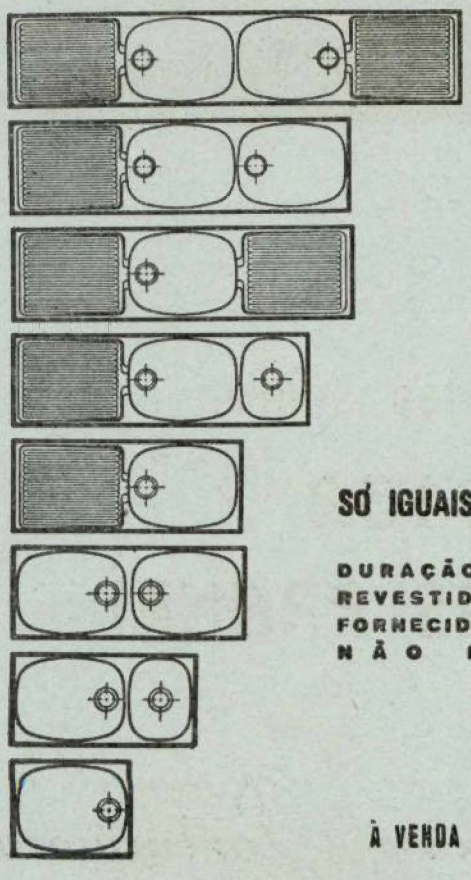
PRAÇA DO AREEIRO, n.º 9, 4.º-Esq. — LISBOA — TEL. 72 60 61 e 72 99 11

USE NA SUA COZINHA UM ELEGANTE LAVA-LOUÇAS DE AÇO INOXIDÁVEL

CONCEBIDO PELA

FABRICA PORTUGAL

PARA MODERNIZAR OS LARES DE PORTUGAL



APRESENTADOS EM

8 MODELOS

"STANDARD"

EXECUTAM-SE FORA DE SÉRIE, MODELOS ESPECIAIS PARA GRANDES INSTALAÇÕES

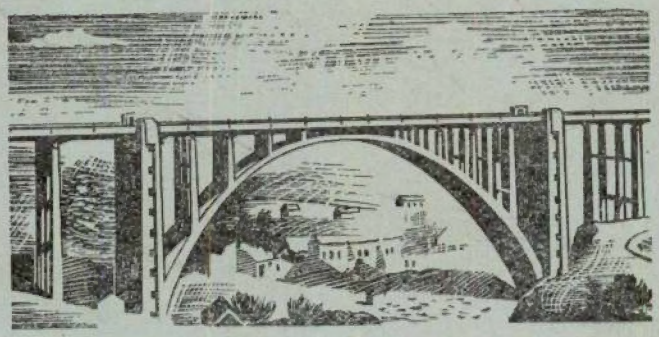
SÓ IGUAIS AOS MELHORES ESTRANGEIROS

DURAÇÃO ILIMITADA • HIGIÉNICOS
REVESTIDOS DE ISOLAMENTO ESPECIAL
FORNECIDOS COM SIFÃO DE SEGURANÇA
NÃO PARTEM A LOUÇA

À VENDA NAS BOAS CASAS DA ESPECIALIDADE

PIMENTEL & CASQUILHO, L.DA

QUASE 40 ANOS
AO SERVIÇO DA
ENGENHARIA PORTUGUESA



GRANDE SORTIDO
DE INSTRUMENTOS DE
PRECISÃO, CIENTÍFICOS
E INDUSTRIAIS

RUA DAS PORTAS DE SANTO ANTÃO, 75
LISBOA
TELEF.: 32 43 14 — 32 42 48 ✦ TELEG.: TECNA

RUSTON-BUCYRUS

A ESCAVADORA UNIVERSAL

De $\frac{3}{8}$ de jarda cúbica (300 litros)

Outros modelos até 6 jardas cúbicas

O NÚMERO DE ESCAVADORAS "RUSTON-BUCYRUS" E DA SUA ASSOCIADA "BUCYRUS-ERIE" EXISTENTES EM PORTUGAL E PROVÍNCIAS ULTRAMARINAS É SUPERIOR À TOTALIDADE DE ESCAVADORAS DAS RESTANTES MARCAS VENDIDAS EM TERRITÓRIO NACIONAL

PARA GRANDES OBRAS E TRABALHOS DE GRANDE RESPONSABILIDADE, AS ESCAVADORAS "RUSTON-BUCYRUS" E "BUCYRUS-ERIE" DÃO UMA GARANTIA ABSOLUTA DE RENDIMENTO E CONTINUIDADE DO SERVIÇO, O QUE SE TRADUZ EM GRANDE ECONOMIA

AGENTES EXCLUSIVOS PARA PORTUGAL CONTINENTAL E ULTRAMARINO

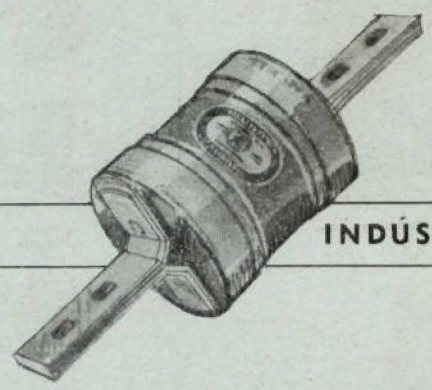
MONTEIRO GOMES, LIMITADA

RUA CASCAIS, 47 (ALCÂNTARA) — LISBOA

PORTO LUANDA LOURENÇO MARQUES

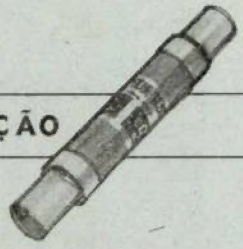
DE ROLL
Máquinas
para as indústrias
de produtos
químicos,
alimentares
e cerâmicos
VON ROLL
aço esmaltado
fundição
esmaltada
Klus (Suiça)
DE ROLL Fábricas de Klus
Representantes
em Portugal:
Socotel, L. da
Rua de
Sá da Bandeira,
651-4.° Esq.
Porto-Tel. 27013

FUSÍVEIS
de alto poder de corte



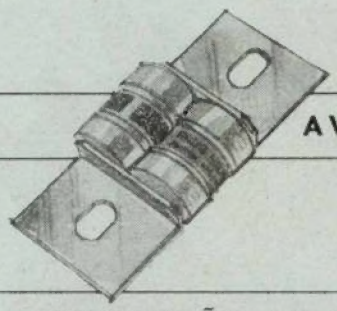
INDÚSTRIA

DOMÉSTICOS

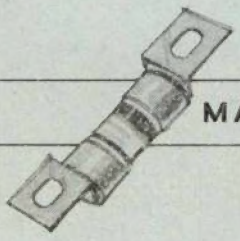


TRACÇÃO

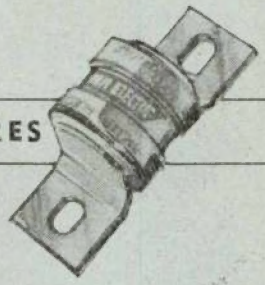
SINALIZAÇÃO



AVIAÇÃO



MARINHA



PROTECÇÃO DE RECTIFICADORES SEMICONDUTORES

A gama com maior variedade de tipos,
símbolo de qualidade
e garantia de protecção

'ENGLISH ELECTRIC'

ENGLISH ELÉCTRICA DE PORTUGAL, LIMITADA
Rua Cascais, 47 (Alcântara) — LISBOA 3

Standard Electrica S.A.R.L.

Associada da

INTERNATIONAL TELEPHONE AND TELEGRAPH CORPORATION

DE NOVA YORK

TELECOMUNICAÇÕES

ELECTRÓNICA

AV. DA INDIA — LISBOA

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 32 04 64 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

CAVAN

SOCIEDADE PORTUGUESA

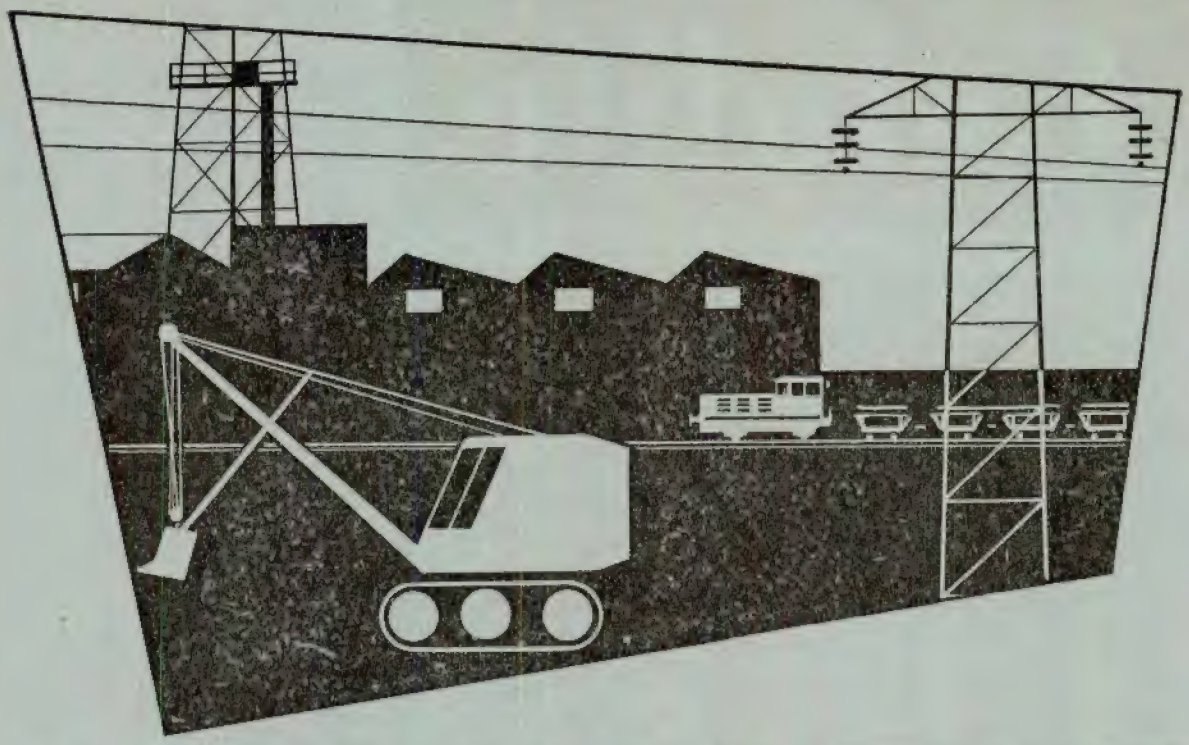
✸

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS
MOSAICOS E AZULEJOS

COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA
MANILHAS PARA ESGOTOS

✸

RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A
TELEF. 47812-50129
LISBOA



MERCEDES-BENZ

MOTORES INDUSTRIAIS DIESEL

MOTORES PARA TODAS AS APLICAÇÕES INDUSTRIAIS
FAMOSOS EM TODO O MUNDO PELA SUA GRANDE ROBUSTÊS. ECONOMIA
DE CONSUMO E FACILIDADE DE MANUTENÇÃO
MODELOS DESDE 15 A 2.500 H. P.

EM ARMAZÉM:

MODELO M B 841 B	25 H. P. — 1.000 R. P. M.
MODELO M 202 B	55 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 203 B	90 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 204 B	120 H. P. — 1.200 R. P. M.

OUTROS MODELOS PARA ENTREGA MUITO RÁPIDA

MOTORES A 4 TEMPOS - ARREFECIMENTO POR ÁGUA
ARRANQUE A AR COMPRIMIDO OU ELÉCTRICO

REPRESENTANTES C. SANTOS LDA. — DIVISÃO MARÍTIMA E INDUSTRIAL

29, AV. DA LIBERDADE, 41 — LISBOA
160, R. DE S.TA CATARINA, 168 — PORTO

Celulite

ISOLAMENTO TÉRMICO DAS CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS

*

TECTOS

*

PAREDES

*

CÂMARAS FRIGORÍFICAS

*

ISOLAMENTOS INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. ✦ RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º ✦ TEL. 73 01 56 — LISBOA

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE TACOS DE MADEIRA

TELEF. 73 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS

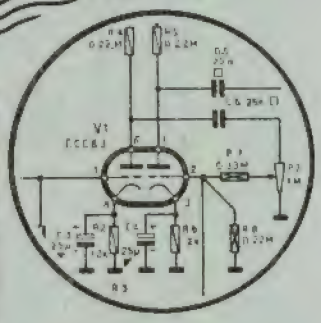
IMPERMEABILISADOR

IMEPA

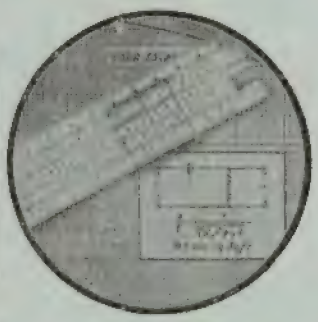
RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º - LISBOA

FÁBRICA EM SACAVÉM

EQUIPAMENTO DE AMPLIFICAÇÃO DE SOM



BEM CONCEBIDO BEM CALCULADO CONSTRUIDO



LESA

A grande marca italiana

Representantes em Portugal

TELECTRA

EMPRESA TÉCNICA DE EQUIPAMENTOS ELÉCTRICOS, S. A. R. L.

Rua Rodrigo da Fonseca, 103, r/c
LISBOA — Tel. 68 60 72

Rua Sá da Bandeira, 766-1.º E.
Tel. 2 48 18 — PORTO

AÇO TOR

O AÇO DE ALTA RESISTÊNCIA
PARA BETÃO ARMADO COM
MAIOR VENDA NO MUNDO

TENSÃO DE SEGURANÇA 2.400 Kg/cm²
SEM GANCHOS

Especifique
AÇO TOR
com o símbolo

SOABAL – SOCIEDADE DE AÇOS PARA BETÃO ARMADO, LDA.
RUA JOAQUIM BONIFÁCIO, 2, 1.º — TELEF. 4 05 66 — LISBOA

TÉCNICA

CORPO REDATORIAL: J. M. VIEGAS GONÇALVES, A. ROMÃO DIAS, J. F. GOMES DE PINA, A. ALVES MACEDO, A. M. L. ESTEVES BRINCA

Ano XXXVII — N.º 322 Novembro de 1962

C. D. U. 378.245

A PROPÓSITO DO PRIMEIRO DOUTORAMENTO NO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

NOÉMIO MACIAS MARQUES

Professor de Física na Escola Naval

No final do ano lectivo transacto, realizou-se o primeiro doutoramento no Instituto Superior Técnico — doutoramento em Engenharia Electrotécnica — e este facto não pode naturalmente deixar de ser apontado como dos mais relevantes da nossa vida universitária. Para sublinhar o seu significado ocorreu-nos pedir o acolhimento da Revista *Técnica* e a esclarecida atenção dos seus leitores.

A realçar aspectos essenciais do nosso breve comentário, julgámos de interesse inserir alguns excertos do preâmbulo à argumentação do Professor António da Silveira, a quem agradecemos a gentileza de nos ter cedido e retocado as respectivas notas, expressamente solicitadas para este efeito.

* * *

A reforma do plano de estudos de Engenharia, estabelecida por diploma de 1955, fundamentou-se nas conclusões dos debates havidos em torno de experiências pedagógicas de diversas origens, para firmar uma orientação, aliás já antes seguida por alguns mestres entre nós: o ensino de base deve ser constituído por matérias de ciência pura ministradas, com o devido rigor, em extensão e profundidade. Pressupõe-se que se há-de estruturar o ensino destas matérias sobre um desenvolvimento teórico de longo alcance e permanente actualidade e que ele deve englobar uma ampla gama de elucidativos trabalhos de laboratório.

Isto pode considerar-se o ponto de partida para conferir em definitivo um carácter eminentemente científico à formação do Engenheiro, quer pela índole de uma parte substancial do curso, quer pela sua necessária repercussão em toda a ulterior aquisição de conhecimentos e aprendizagem técnica.

Como reforço de tal orientação é lícito interpretar ainda a possibilidade, preconizada no mesmo diploma, de realização de estágios regulamentares em centros de investigação científica integrados na Universidade. Se é certo que, ao nível estritamente escolar do curso, uma sólida base científica deve fundamentar a cultura técnica, igualmente certo é que a via mais adequada para atingir a formação que nestes moldes se esboça, consiste em empreender, ao nível complementar do curso, uma iniciação na investigação científica em estágio num Instituto universitário.

Parece-nos dispensável encarecer o interesse geral destas medidas, numa época em que, por motivos bem conhecidos e correspondendo a necessidades bem patenteadas, cada vez mais as actividades humanas se radicam na investigação científica. Importa-nos aqui sobretudo pôr em relevo o papel que uma iniciação científica pode desempenhar na formação do indivíduo. Por sua própria natureza a iniciação científica implica a mobilização constante, e a mais exigente, dos recursos intelectuais; oferece horizontes largos e campo vasto à iniciativa criadora; proporciona oportunidade e assunto para ampla e franca discussão das ideias. Por estas vias, em condições adequadas

e ambiente propício, fomenta no indivíduo o pleno desenvolvimento da personalidade e o anima numa integração social válida.

Ora é nestas directrizes de reforma — e contribuindo, a nosso ver, para acentuar o seu real sentido — que se enquadra naturalmente a instituição do doutoramento em Engenharia no Instituto Superior Técnico, onde não existia até 1955.

Na verdade, o trabalho de doutoramento, quer dizer, a elaboração e sustentação de uma tese positiva e original — que represente um avanço sensível nalgum domínio do conhecimento — constitui, mediante a exaustiva contestação de especialistas autorizados, a prova de maturidade do investigador científico. Por isso, o doutoramento dá, em todos os países, em todas as universidades, a garantia de uma formação científica autêntica.

* * *

O primeiro a apresentar-se a provas de doutoramento no Instituto Superior Técnico foi o Engenheiro Manuel Alves Marques, cujo *curriculum vitae* é um exemplo singular de estrénua dedicação a uma carreira exclusiva de investigação e ensino.

Formado no I. S. T., concluiu o Curso de Engenharia Electrotécnica em 1953, com a classificação de 17 valores e foi contemplado com o prémio *Bandeira de Melo*. Ainda estudante, encetou a sua actividade docente no I. S. T., onde tem exercido as funções de Assistente de Física, e foi encarregado durante dois anos da regência da cadeira de Física Geral.

Bolseiro do Instituto de Alta Cultura desde 1956, estuda, sob a orientação do Professor António da Silveira, a estrutura da matéria, com trabalhos experimentais que realiza no Laboratório de Física do I. S. T.. Neste Laboratório encontrou o Engenheiro Alves Marques condições materiais apropriadas para o seu estudo por meio de espectrografia do efeito de Raman. Teve no entanto a ocasião e o mérito de fazer construir dispositivos complementares da montagem existente, para ampliar e refinar a capacidade de observação. Conseguiu assim dar frutuosa continuidade à linha das investigações em que se colocou e ao desenvolvimento das ideias para que foi orientado. Sobre os resultados obtidos concebeu e elaborou a sua tese de doutoramento, «*A estrutura dos catiões complexos* $Mg^{2+}(OH_2)_6$ e $Al^{3+}(OH_2)_6$ *em solução*», publicada na Revista da Faculdade de Ciências de Lisboa.

Colaborou em comunicações feitas à Academia das Ciências de Lisboa (Dezembro de 1959) e à Academia das Ciências de Paris (Junho de 1961) em cujos *Comptes Rendues* foram publicados em parte os resultados experimentais da sua tese, numa Nota apresentada pelo Prof. Francis Perrin. Dá ainda a sua colaboração ao Seminário de Física do Instituto de Alta Cultura em que participou com uma conferência proferida em Abril de 1961 sobre «*Problemas de estrutura das soluções*».

Em 1960 foi-lhe concedida uma bolsa de estudo para investigar a estrutura da matéria por meio dos raios X, mercê de um acordo entre o Instituto de Alta Cultura e a Shell Portuguesa.

* * *

A objectividade e a justa medida que devem informar as rubricas de um *curriculum vitae* raramente deixam transparecer alguma coisa da história humana que o enquadra — e essa é por vezes suficientemente edificante para ser evocada como lição de vida.

Do que foi a iniciação do Engenheiro Alves Marques e em que circunstâncias se desenrolou; sob que solicitações exteriores venceu, na vontade inabalável em singrar pelo caminho árduo de uma autêntica formação científica — disse-o com perfeito conhecimento de causa o Professor António da Silveira no preâmbulo da sua argumentação nas provas de doutoramento. Reproduzimos aqui as suas palavras textuais:

«*Nestas provas académicas o meu papel deveria ser, naturalmente, mais um papel de relator do que de argumentador. Reservo a argumentação para o fim. Primeiro é a título de relator que tenho duas palavras a dizer.*

É natural que os que correram a estas provas — não só estes, mas sobretudo estes — se tenham inquirido de como e por que artes o Eng.º Alves Marques se encontra a fazer um doutoramento — o primeiro doutoramento do I. S. T..

O Eng.º Alves Marques foi um estudante assíduo, procurando cumprir, um estudante uniformemente bem classificado: um «bom estudante» como se diz entre nós.

Isto, entre nós, são geralmente «simples atributos», não chegam a ser «virtudes». Estes atributos, entre nós, geralmente, pouco ou nada abonam em favor do que porventura possa haver de autêntico num indivíduo, como virtudes que o imponham acima do comum.

Não é uma simples impressão, é um juízo formado que poderia ser largamente exemplificado.

Ainda estudante, entrou para assistente de Física, o que porventura já poderia abonar alguma coisa.

Foi nessa qualidade que um dia me procurou. «Andava eu no 3.º ano» da Faculdade de Ciências, quando o Eng. Alves Marques me veio dizer que gostava de se dedicar à Física, de se iniciar nos trabalhos de investigação científica.

Devo dizer que logo, logo, não o tomei muito a sério: é que eu tenho uma certa experiência de um certo género de «meninos» em busca de qualquer coisa «de fino e de fácil», que querem fazer investigação — como dizem — mas que desistem a breve trecho, logo que se apercebem de que investigar se escreve com um V...

Não fiz, pois, grande caso; mas o nosso Engenheiro — que é persistente — voltou e tornou a voltar, até que eu resolvi averiguar das suas inclinações «engenheirais».

E ouvi isto: Que tinha primeiro rejeitado um lugar que lhe haviam oferecido num estabelecimento do Estado onde fizera um estágio. Depois, que lhe ofereceram um emprego numa companhia de cimentos. E o proponente, muito ancho da sua condição, acrescentava: não se esqueça de que terá casa, água e luz!

Queriam pôr o nosso Engenheiro a fazer cimento, mas ele — se o não disse pensou-o — achou que era cedo de mais para «fazer pó»; e recusou.

Enfim, mais uma: Um professor do I. S. T. que não está aqui presente perguntou-me um dia: Que espécie de indivíduo é que V. tem lá como assistente a quem eu ofereci uma boa situação e que recusou alegando desejar primeiro dedicar-se à investigação, adquirir uma formação de investigador?

Não sei já o que respondi, mas com estas informações fiquei suspensivo.

Caspité! Este engenheiro parece ter um grão de loucura, talvez se passa salvar.

Tudo isto me fez pensar numa certa obra de Rodin — o imaginário — talvez a mais bela e que nunca deixou de estar exposta. Tive a noção de que o Engenheiro Alves Marques sentia uma necessidade irreprimível de se libertar, uma ânsia ineluctável de se escapar — de escapar à condição humana da generalidade dos colegas do seu tempo.

Aceitei-o portanto.

Começou a trabalhar no Centro de Estudos de Física da Faculdade de Ciências de Lisboa. Como tinha sido um bom estudante a sua iniciação devia ser acidentada. É que o Eng.º Alves Marques tinha de começar por dar provas perante si próprio antes de as dar perante os outros. Como tinha sido um bom estudante — um «desalmado» — a sua iniciação devia ser tumultuosa, e foi.

E não deixou de haver, certamente, quem se empenhasse em duvidar de que ele chegasse um dia a fazer alguma coisa. A estes o nosso Engenheiro respondeu sempre, obstinadamente, com o silêncio — a um tempo a mais sensível e a mais sublime das respostas.

Enfim, passados uns dois anos estava a trabalhar com regularidade e muito convencido.»

* * *

As provas de doutoramento decorreram perante um júri constituído por todos os professores catedráticos do Instituto Superior Técnico e pelos professores catedráticos de Física das Faculdades de Ciências de Lisboa, Porto e Coimbra — e com numerosa assistência interessada.

Tiveram início no dia 16 de Julho com a prova prática, que consistiu na realização de um trabalho de laboratório. No dia 21 de Julho efectuaram-se os interrogatórios sôbre os pontos tirados à sorte com 48 h. de antecedência, de entre os doze passados pelo júri e para o estudo dos quais o candidato dispõe dos noventa dias que imediatamente precedem esta segunda prova. Decidira o

Conselho Escolar do I. S. T. que fossem os professores de Física presentes no júri a dar os enunciados destes pontos. Surgiram assim os seguintes assuntos:

Estatística do radiamento isotérmico. Leis de Rayleigh, de Wien e de Planck.
Relações de incerteza. Princípio de incerteza. Ilustrações.
Teoria dos calores específicos.
Propriedades magnéticas da matéria.
Condução do calor; teoria e exemplos da sua aplicação.
Ondas electromagnéticas nos meios condutores.
Mecânica dos meios contínuos; deformações e tensões.
O átomo de hidrogénio em Mecânica Quântica.
Método de Kron de resolução de redes lineares.
Reflexão e refracção vítrea e metálica.
Potenciais electromagnéticos. O campo de uma partícula.
Fissão e fusão nucleares.

Do sorteio resultou ser o candidato interrogado pelo Professor Coutinho Braga, da Universidade de Porto, sobre «*Propriedades magnéticas da matéria*» e pelo Professor Almeida Santos, da Universidade de Coimbra, sobre «*Ondas electromagnéticas nos meios condutores*».

Enquanto que a estas provas se deve atribuir um carácter de exame, entre nós talvez imprescindível, sobre os conhecimentos gerais do candidato ou a capacidade de os aprofundar em curto prazo — não resta dúvida de que é a defesa de tese a prova fulcral e decisiva, que polariza todas as atenções, na clarividência do exacto conteúdo de um doutoramento. Ela teve lugar no dia 22 de Julho, com argumentações a cargo dos Professores Amaro Monteiro, da Faculdade de Ciências de Lisboa e António da Silveira, do Instituto Superior Técnico.

Através de todas as provas o candidato confirmou as suas excepcionais qualidades e revelou conhecimentos profundos, a par de um perfeito domínio dos problemas da sua especialidade. A discussão da tese tornou patente a extraordinária importância deste trabalho no campo da estrutura das soluções e a valiosa contribuição que fornece para a Física do estado líquido.

O júri conferiu o doutoramento ao Engenheiro Manuel Alves Marques, aprovando-o com a classificação de *18 valores, muito bom com distinção.*

* * *

Uma instituição criada por via legislativa só passa a ter efectiva existência quando os homens persistem em dar-lhe realização concreta. A responsabilidade grave do impulso inicial à instituição do doutoramento no Instituto Superior Técnico recaiu no Engenheiro Manuel Alves Marques, que se mostrou à altura de assumi-la com êxito. Possa o exemplo do Doutor Manuel Alves Marques e a sua actividade no Laboratório de Física, onde já foi investido nas funções de 1.º Assistente e prossegue a sua carreira científica, tornar-se forte estímulo encorajador dos jovens engenheiros para a realização de novos doutoramentos.

É essa esperança de continuidade e projecção futura que nos impele a evocar aqui, como nota final, a fala do Professor António da Silveira, no preâmbulo da sua argumentação, ao salientar a presença, no júri, de representantes das três Universidades do País. Dirigindo-se especialmente a esses doutos professores, frisou:

«*Estão aqui os seis físicos da Universidade Clássica mais o físico da Universidade Técnica; são — em linguagem um pouco baroca — os sete oficiais da Física nacional para talhar, dirão uns a capa e batina, dirão outros o «fato de ganga» do primeiro doutor pelo Instituto Superior Técnico.*

São na verdade estas provas de doutoramento as primeiras que se realizam no I. S. T., e sendo estas provas académicas as que caracterizam pròpriamente a Universidade, pode dizer-se com propriedade que é pela mão de V. Ex.as que o I. S. T. entra na Universidade «jure et facto». Agradeço pois pela minha parte muito sinceramente a V. Ex.as a colaboração que nos vieram dar ajudando a voltar a página e a abrir um novo capítulo na história do I. S. T.».

MAGUE

CONSTRUÇÕES METALO-MECÂNICAS MAGUE, L.DA

(S. E. MONIZ DA MAIA & VAZ GUEDES, L.DA)

Alverca — Portugal

2 pontes rolantes eléctricas de 180 t-30 t, 20 m de vão, destinadas à Central de Infiernillo — México
Aspecto da maquinagem do chassis do carro

PROJECTO E FABRICO DE

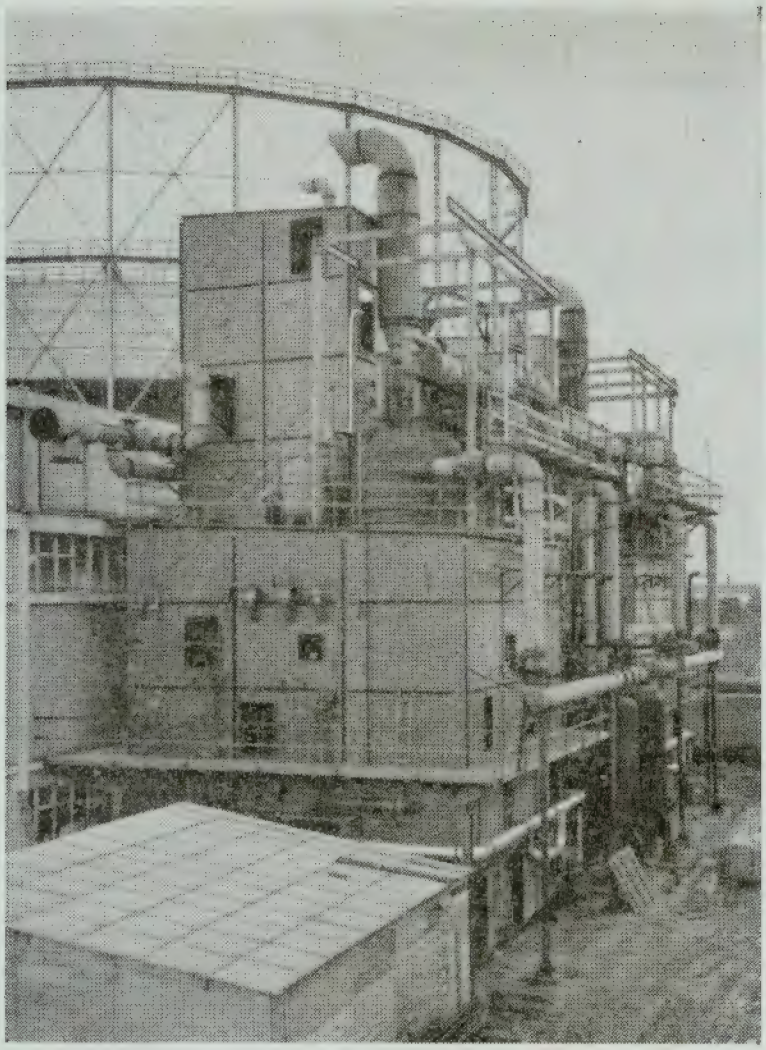
PONTES ROLANTES

GUINDASTES

GRUAS. DERRICKS E GUINCHOS

APARELHOS DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS

CONSTRUÇÕES METÁLICAS PESADAS



CARCAÇA

DE

FRACCIONAMENTO

DE

AR

AÇOS VAZADOS • FERROS FUNDIDOS
MECÂNICA MÉDIA E PESADA
CONSTRUÇÕES METÁLICAS

comportas
turbinas
condutas forçadas
reservatórios sob pressão
permutadores de calor

REDUTORES DE VELOCIDADE

DIVISÃO METALO-MECÂNICA

COMPANHIA UNIÃO FABRIL

AV. 24 DE JULHO, 170 — LISBOA 2 — TELEFONES 67 04 21 E 67 20 61 — TELEGRAMAS: METALOFABRIL

C. D. U. 629 891

TEORIA DA INFORMAÇÃO

SISTEMAS DISCRETOS

POR MANUEL JOSÉ DE ABREU FARO
Professor de Telecomunicações do I. S. T.
Director do Centro de Estudos de Electrónica
da C. E. E. N. do I. A. C.

O objectivo fundamental das Telecomunicações é transmitir correctamente uma mensagem.

Normalmente o engenheiro de telecomunicações abstrai-se do conteúdo informativo dos sinais e a sua preocupação consiste em transmitir sem distorção.

Ao sinal atribuem-se, então, dimensões no espaço tempo-frequência e exploram-se fundamentalmente os dois seguintes métodos de comunicação: «de divisão na frequência» e «de divisão no tempo».

A Teoria da Informação analisa o processo informativo introduzindo conceitos que o esclarecem e funções que medem o conteúdo informativo das mensagens.

Deve-se à Teoria da Informação um conjunto de teoremas fundamentais que permitem averiguar sobre o rendimento dos canais que exploramos, nos indicam o sentido da melhoria e asseguram finalmente limites que é inútil tentar ultrapassar.

A Teoria da Informação foi estabelecida em 1948 por Shannon que enunciou e demonstrou os teoremas fundamentais.

Não é possível expor esta teoria nas cadeiras de Telecomunicações I e II: há que atender a outras necessidades mais urgentes.

No entanto, recorremos com frequência aos seus conceitos e assim achamos de interesse organizar o presente trabalho que constituirá um elemento de estudo para os que desejarem aprofundar os seus conhecimentos neste domínio.

Esta é uma razão. Outra, é a necessidade da existência, em português, de livros e escritos para todos aqueles que já abandonaram a escola mas continuam com o desejo de se valorizarem actualizando os seus conhecimentos.

Procuramos dar a este trabalho uma estrutura lógica e acessível que se baseiam na orientação indicada por Woodward e Davies e desenvolvida mais tarde por Middleton. Goldman também introduz a Teoria da Informação de modo semelhante.

Procuramos fundamentalmente esclarecer e distinguir as propriedades ligadas à fonte de informação das propriedades ligadas ao canal de informação.

A maior parte das exposições existentes são omissas ou pouco claras sobre este ponto que é delicado e essencial.

A bibliografia indicada é aquela que de qualquer modo influenciou a presente exposição e que a completa da melhor maneira.

1 — Sistemas discretos: Conceitos fundamentais

1.1 — Introdução

Quando recebemos uma mensagem comunicando que nos coube o ponto número três dum conjunto de dez pontos equiprováveis e aceitamos como boa essa informação comparticipamos num processo informativo que é de certo modo delicado e embora inconscientemente arbitramos alguma coisa.

De facto:

* Mantivemos antes de saber o resultado um certo grau de incerteza.
* Temos a noção de que a incerteza seria menor se o número de pontos possíveis e equiprováveis fosse dois. A probabilidade do acontecimento seria então de $^1/_2$ enquanto que no exemplo considerado era de $^1/_{10}$.

* Temos a noção de que recebemos alguma coisa: uma informação.

* Acreditando que nos saiu o ponto número três arbitramos que o portador da mensagem não alterou o resultado que se verificou no local onde se realizou o sorteio. Assim procedendo o grau de incerteza anula-se.

* Se, no entanto, pomos dúvida na fidelidade do agente portador da mensagem persistirá um certo grau de incerteza. A informação não conseguiu anular o nosso grau de incerteza o que significa que recebemos uma quantidade de informação menor de que no caso anterior.

Considerações desta natureza foram o motivo principal da Teoria da Informação. Antes de iniciar uma exposição rigorosa tem interesse destacar o significado que nesta teoria se atribui a cada um dos elementos dum sistema de informação e os conceitos fundamentais que associa ao processo informativo que nesse sistema decorre.

Tracemos pois o esquema da fig. 1 que representa um «sistema de informação» reduzido aos seus elementos essenciais:

Um destinatário, em B, ligado por um «canal de informação» a uma «fonte de informação» em A

Fig. 1

1.1.1 — Fonte de informação:

Diremos que se constitui uma «fonte de informação» em A se houver expectativa perante o que vai acontecer em A

1.1.2 — Canal de informação:

É qualquer forma de ligação que se estabelece com o propósito de comunicar a B o que acontece em A; no sentido de tornar comum ao destinatário localizado em B o conhecimento do resultado de uma ocorrência em A.

Um registo feito em B comparado com outro feito em A permitirá estudar experimentalmente o comportamento do canal.

Na inobservância de qualquer acção perturbadora diremos que o canal tem, nas condições em que o exploramos e observamos, um comportamento idêntico ao canal ideal sem ruído.

Um canal ideal sem ruído não introduz alterações, estabelecendo uma ligação certa entre A e B.

Se pelo contrário observamos uma acção perturbadora diremos que se trata de «um canal com ruído». Nestas condições a ligação já não é certa.

Se os erros provenientes da acção do ruído forem regidos por uma lei de probabilidades diremos que o canal com ruído estabelece uma «ligação probabilística» entre A e B.

1.1.3 — Destinatário:

É em última análise a entidade a quem se destina a mensagem. Querendo objectivar o resultado da recepção é necessário que o destinatário conheça as características essenciais da «fonte de informação» a que está ligado e do «canal de informação» que utiliza.

1.1.4 — Grau de incerteza:

Do exemplo que demos ressalta o conceito de incerteza.
Introduzir uma função capaz de a medir é um dos objectivos da Teoria da Informação.
Designaremos essa função por «grau de incerteza».

1.1.5 — Quantidade de informação:

No exemplo considerado associamos à informação recebida uma medida que designamos por «quantidade de informação».

Relacionamos ainda a quantidade de informação ao grau de incerteza que persiste após a comunicação.

Resulta desta atitude que na definição de quantidade de informação se fará intervir o «grau de incerteza».

1.1 6 — Lei de probabilidades:

As fontes físicas de informação e os canais de informação que as leis físicas nos sugerem são caracterizados por propriedades estatísticas. Sendo assim, a Teoria das Probabilidades é o instrumento matemático adequado para o desenvolvimento analítico da Teoria da Informação.

Nesta conformidade admitiremos que:

a) As mensagens que provêm de uma dada fonte de informação ocorrem segundo uma lei de probabilidades que é característica essencial da fonte;
b) Um canal de informação com ruído pode ser descrito por uma lei de probabilidades.

Isto significa que se conhece a probabilidade com que uma dada mensagem é transmitida correctamente e também a probabilidade associada a determinado erro.

1.1.7 — Caso discreto:

Neste capítulo vamos considerar apenas fontes de informação do tipo discreto e finito.
Isto significa que as mensagens possíveis de uma dada fonte de informação são em número de m

$$M_1 \; M_2 \ldots M_m$$

e que a fonte de informação gera em determinada época uma sequência

$$M_8 \; M_2 \; M_3 \; M_1 \; M_1 \; M_6 \; M_2 \; M_9 \; M_7 \ldots .$$

de mensagens cuja ocorrência é regida por uma lei de probabilidades

1.1.8 — Lei de correspondência:

Em A fazemos corresponder à mensagem

$$M_k$$

o símbolo

$$x_k$$

que transmitido correctamente pelo «canal de informação» seria recebido em B sob a forma do símbolo

$$y_k$$

A acção do ruído poderá ocasionar que em vez de receber y_k se receba um símbolo

$$y_j$$

Dada a correspondência

$$M_k \longleftrightarrow x_k$$

podemos identificar o símbolo x_k com a mensagem que simboliza e caracterizar a fonte de informação pela sequência de símbolos x_j que origina.

Não havendo ruído a cada

$$x_k \text{ em } A$$

corresponde com certeza

$$y_k \text{ em } B$$

e deste modo aos m símbolos transmitidos

$$X\ (x_1\ x_2\ \ldots\ x_m)$$

correspondem m símbolos recebidos

$$Y\ (y_1\ y_2\ \ldots\ y_m).$$

Poderá suceder que o ruído gere símbolos novos, o que significa que transmitido um dado

$$x_j$$

se poderá receber em B um dos quaisquer n símbolos

$$y_1\ y_2\ \ldots\ y_m\ y_{m+1}\ \ldots\ y_n \qquad n \geqslant m$$

Consideremos um exemplo: os símbolos recebidos são sinais telegráficos de um código binário de cinco unidades em que só são usadas as combinações correspondentes a três marcas e dois espaços, portanto, em número de

$$C_2^5 = 10$$

O ruído pode transformar uma marca num espaço e vice-versa, originando possìvelmente

$$2^5 = 32$$

símbolos diferentes.

Teremos neste exemplo $m = 10$ e $n = 32$.

1.1.9 — Notações. Relações auxiliares.

A fim de facilitar a exposição vamos agrupar aqui algumas relações fundamentais da Teoria das Probabilidades a que teremos de recorrer. Limitamo-nos à sua interpretação.

Simbologia:

$p(x_i)$ — probabilidade de ocorrência de x_i em A
$p(y_k)$ — probabilidade de ocorrência de y_k em B
$p(x_i/y_k)$ — probabilidade de ter ocorrido x_i em A na base de se ter recebido y_k em B
$p(y_k/x_i)$ — probabilidade de se receber y_k em B na base de se transmitir x_i em A
$p(x_i\ y_k)$ — probabilidade do acontecimento: ocorrência de x_i em A seguida da ocorrência de y_k em B
$p(y_k\ x_i)$ — probabilidade do acontecimento: ocorrência de y_k em B antecedida da ocorrência de x_i em A.

Relações fundamentais

1 — $(x_i\ y_k)$ e $(y_k\ x_i)$ traduzem o mesmo acontecimento pelo que $p(x_i\ y_k) = p(y_k\ x_i)$
2 — $p(x_i\ y_k) = p(y_k\ x_i) = p(x_i)\ p(y_k/x_i) = p(y_k)\ p(x_i/y_k)$

A relação $p(x_i y_k) = p(x_i)\ p(y_k/x_i)$ diz-nos o seguinte:

A probabilidade do acontecimento «ocorrência de x_i em A seguida de ocorrência de y_k em B» é dada pelo produto da probabilidade de ocorrência de x_i em A pela probabilidade de se receber y_k em B quando em A se transmite x_i.

Dir-se-ia cousa análoga de

$$p(y_k x_i) = p(y_k)\ p(x_i/y_k)$$

3 — $p(y_k) = \sum_{i=1}^{m} p(x_i y_k)$

Esta relação é evidente se notarmos que os acontecimentos $(x_j\ y_k)$ e $(x_i\ y_k)$ $i \neq j$ se excluem mùtuamente.

4 — $p(x_j) = \sum_{k=1}^{n} p(y_k x_j)$

Tem interpretação análoga ao caso anterior

5 — De (1) (3) e (4) resulta

$$p(y_k) = \sum_{j=1}^{m} p(x_j)\ p(y_k/x_j)$$

$$p(x_j) = \sum_{k=1}^{n} p(y_k)\ p(x_j/y_k)$$

6 — Notemos ainda que

$$\sum_{j=1}^{m} p(x_j) = 1$$

$$\sum_{k=1}^{n} p(y_k) = 1$$

$$\sum_{j=1}^{m} p(x_j/y_k) = 1$$

$$\sum_{k=1}^{n} p(y_k/x_i) = 1$$

$$\sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} p(y_k x_i) = 1$$

1.2 — Caracterização de fontes de informação e de canais de informação

1.2.1 — Fonte ergódica de tipo discreto elementar

Fonte de informação de tipo discreto é qualquer sistema que numa dada época selecciona um símbolo x_j de um conjunto

$$X\ (x_1\ x_2\ \ x_m)$$

de m símbolos possíveis. A cada símbolo x_j corresponde uma mensagem.

Esta operação repetindo-se N vezes gera uma sequência de N símbolos

$$\underbrace{x_4\ x_5\ x_2\ x_2\ x_1\ \ldots\ldots\ x_3}_{\text{N símbolos}}\ .$$

A ocorrência casual e sucessiva dos símbolos x_j no tempo, a sua interpretação e expectativa que se mantém em relação à natureza dos símbolos seleccionados constitui um «processo informativo».

No modelo mais simples de fonte de informação não intervêm restrições o que significa que as ocorrências de x_j e x_k numa dada sequência constituem acontecimentos independentes qualquer que seja a sua natureza ou a época em que sucedem.

Admitindo que a fonte de informação é regida por uma lei de probabilidades, uma sequência de N símbolos, N suficientemente grande, não se distingue nas suas propriedades estatísticas doutra qualquer sequência de N símbolos gerada pela fonte.

Quando assim for diremos que a fonte é ergódica e que gera um processo informativo ergódico.

Quando x_j e x_k ocorrem com independência, ausência de restrições, diremos que se trata de uma fonte elementar.

Uma fonte que satisfaça a todas estas propriedades será designada por:

Fonte ergódica de tipo discreto elementar

a qual é caracterizada por:

* Um conjunto de m símbolos

$$X\ (x_1\ x_2\ .\ .\ .\ .\ x_m)$$

* Existência de uma distribuição discreta de probabilidades

$$P\ [p\ (x_1)\ p\ (x_2)\ .\ .\ .\ .\ p\ (x_m)]$$

* Ausência de restrições

$$p\ (x_j\ x_k) = p\ (x_j)\ p\ (x_k)$$

Numa longa sequência de N símbolos, admitindo que a frequência relativa de ocorrência de x_j coincide com $p\ (x_j)$, x_j ocorrerá um número de vezes que é dado por

$$N\ (x_j) = p\ (x_j)\ N$$

1.2.2 — Canal de informação

Não existindo ruído, o canal de informação estabelece entre A e B a seguinte correspondência

$$x_j\ (A) \longrightarrow y_j\ (B)$$

Havendo ruído, um símbolo x_j pode dar lugar a qualquer dos símbolos

$$y_1\ y_2\ .\ .\ .\ y_m\ y_{m+1}\ .\ .\ .\ y_n$$

Se a acção do ruído for regida por uma lei de probabilidades existem:

$p\ (y_k / x_j)$ — probabilidade de se receber y_k na base de se transmitir x_j
$p\ (x_j / y_k)$ — probabilidade de ter ocorrido x_j na base de se ter recebido y_k

Qualquer destas distribuições caracteriza completamente o canal.

Resumidamente teremos:

* Fonte em A $[x_j\ ,\ p\ (x_j)]$ $j = 1\ .\ .\ .\ m$
* Recepção em B $[y_k\ ,\ p\ (y_k)]$ $k = 1\ .\ .\ .\ n$
* Canal de informação com ruído descrito por $p\ (y_k / x_j)$ ou $p\ (x_j / y_k)$ $j = 1 \ldots m$ $k = 1 \ldots n$

Das relações de (1.1.9) conclui-se que:

* Conhecida a distribuição de símbolos y_k em B e a distribuição $p\ (x_j / y_k)$ é possível determinar a lei de distribuição dos símbolos x_j da fonte de informação.
  Temos de facto:

$$p\ (x_j) = \sum_{k=1}^{n} p\ (y_k)\ p\ (x_j / y_k)$$

* Conhecida a distribuição $p(y_k/x_j)$ é possível prever a partir da distribuição dos x_j a distribuição dos y_k em B.
Será:

$$p(y_k) = \sum_{j=1}^{m} p(x_j)\, p(y_k/x_j)$$

Note-se finalmente a seguinte relação [1,1.1.9] existente entre $p(y_k/x_j)$ e $p(x_j/y_k)$

$$\frac{p(y_k/x_j)}{p(y_k)} = \frac{p(x_j/y_k)}{p(x_j)}$$

1.3 — **Grau de incerteza**

Designaremos por

$$U_o(x_j)$$

o grau de incerteza que «a priori» se mantém sobre a ocorrência de x_j em A, antes de qualquer observação em B.

Designaremos por $U(x_j/y_k)$

o grau de incerteza que «a posteriori» se mantém sobre a ocorrência de x_j em A, depois da observação de y_k em B.

Associando o grau de incerteza à probabilidade de ocorrência de um acontecimento escreveremos

$$U_o(x_j) = u(p(x_j))$$

$$U(x_j/y_k) = u(p(x_j/y_k))$$

a função u determina-se a partir das condições que queiramos impor à função «grau de incerteza».

Começaremos por exigir que:

O grau de incerteza sobre um acontecimento composto de dois acontecimentos provenientes de uma fonte ergódica elementar deve ser igual à soma dos graus de incerteza que se mantêm em relação a cada um dos acontecimentos de per si.

Sendo assim

$$U(x_j\, x_k) = U(x_j) + U(x_k)$$

e ainda

$$u(p(x_j\, x_k)) = u(p(x_j)) + u(p(x_k))$$

como se trata de uma fonte ergódica elementar

$$p(x_j\, x_k) = p(x_j)\, p(y_k)$$

o que conduz à seguinte equação funcional

$$u(xy) = u(x) + u(y)$$

cuja solução é da forma:

$$u(x) = K \log x + K_o$$

Determinada a estrutura de $u(x)$ as constantes K e K_o determinam-se a partir do nível a que queiramos referenciar o grau de conhecimento e do sistema de unidades que vamos usar.

Impondo:

* «O grau de incerteza sobre um acontecimento certo deve ser nulo»

resulta que

$$u(1) = 0$$

uma vez que sendo x_j certo $p(x_j) = 1$
$u(1) = 0$ implica $K_o = 0$.

* O grau de incerteza sobre um acontecimento de probabilidade

$$\frac{1}{n}$$

representa uma unidade $[1]_n$ de grau de incerteza.

Isto significa que devemos ter

$$K \log \frac{1}{n} = 1 . [1]_n$$

o que implica

$$K = - \frac{1}{\log n} [1]_n$$

Teremos, portanto,

$$u (x) = - \frac{1}{\log n} \log x \, [1]_n$$

Como

$$\frac{\log x}{\log n} = \log_n x$$

será finalmente

$$u (x) = - \log_n x \, [1]_n$$

Em unidades binárias teremos

$$u (x) = - \log_2 x \, [1]_2 = - \log_2 x \text{ unidade binária}$$

A unidade binária designa-se por «binit» (abreviatura de binário digito).

Usaremos este sistema de unidades.

* * *

De acordo com o exposto e com o sistema de unidades que vamos utilizar podemos finalmente escrever:

$$U_o (x_j) = - \log_2 p (x_j)$$

$$U (x_j / y_k) = - \log_2 p (x_j / y_k)$$

1.4 — Quantidade de informação recebida

Será medida pela variação do grau de incerteza

$$Q = U_o - U$$

U_o designa o grau de incerteza que *a priori*, antes de qualquer observação, se mantém sobre a ocorrência de um dado acontecimento.

U designa o grau de incerteza que *a posteriori* depois de efectuada a comunicação, persiste sobre a ocorrência do acontecimento.

Isto é, recebido um símbolo y_k em B a informação que recebemos sobre a ocorrência de x_j em A é dada por:

$$Q (x_j / y_k) = U_o (x_j) - U (x_j / y_k)$$

$Q (x_j / y_k)$ = Quantidade de informacão recebida sobre x_j na base de termos recebido y_k

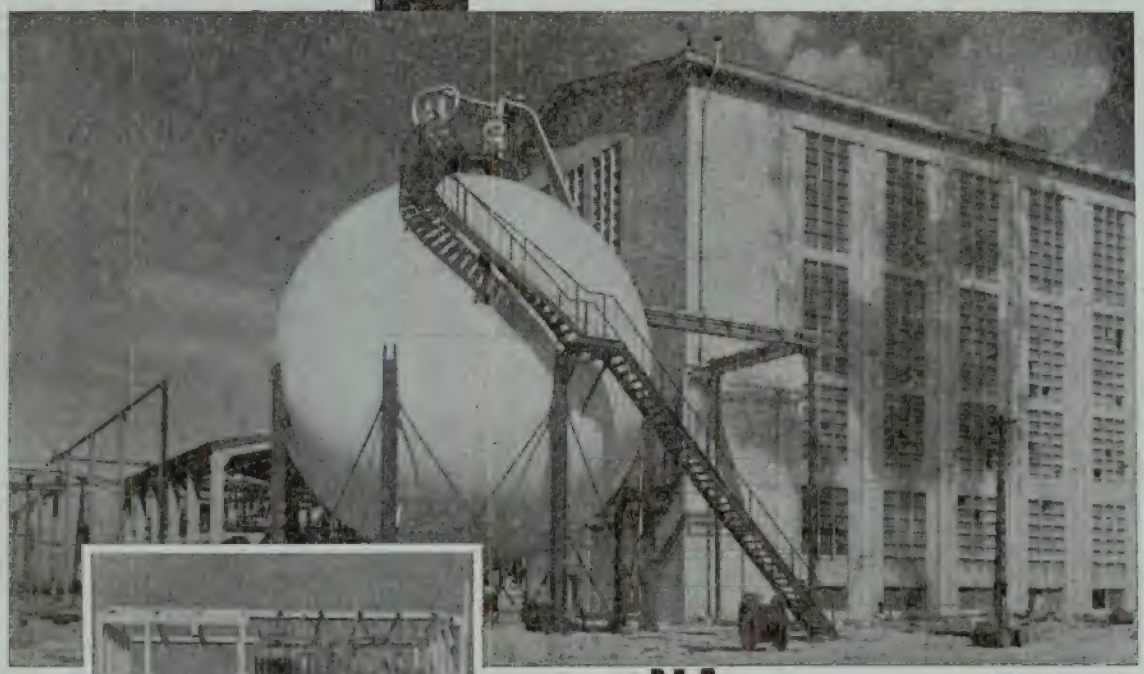
$U_o (x_j)$ = Grau de incerteza *a priori* sobre a ocorrência de x_j em A.

$U (x_l / y_k)$ = Grau de incerteza *a posteriori* sobre a ocorrência de x_j em A na base de termos recebido um y_k em B.

Esta definição de «quantidade de informação recebida» é a que se nos afigura de maior sentido físico. Diz-nos em que medida o destinatário é informado sobre a ocorrência de determinado acontecimento a partir de uma observação feita no local de recepção.

CENTRO DE PROJECTOS

COLOCA A SUA EXPERIÊNCIA AO SERVIÇO DA INDÚSTRIA NACIONAL



FÁBRICA EM REMODELAÇÃO

MAQUETE DA FÁBRICA REMODELADA

NA REMODELAÇÃO DE INSTALAÇÕES

O CENTRO DE PROJECTOS CUF ESTÁ EM POSIÇÃO DE TOMAR A SEU CARGO

O ESTUDO ECONÓMICO DE INSTALAÇÕES EXISTENTES

PROPÔR AS REMODELAÇÕES NECESSÁRIAS AO AUMENTO DA RENTABILIDADE

PROJECTAR ESSAS REMODELAÇÕES, QUER FORNECENDO O PROJECTO, QUER ENCARREGANDO-SE DA AQUISIÇÃO DO MATERIAL E DA EXECUÇÃO DA RESPECTIVA MONTAGEM

O CONJUNTO DE TÉCNICOS DE QUE DISPÕE, O APOIO DA LONGA EXPERIÊNCIA INDUSTRIAL DA COMPANHIA UNIÃO FABRIL NOS VÁRIOS RAMOS DA INDÚSTRIA E AINDA A COLABORAÇÃO COM FIRMAS ESTRANGEIRAS GARANTEM A QUALIDADE DAS REALIZAÇÕES QUE LHE FOREM ENTREGUES

EXPONHA OS SEUS PROBLEMAS E DIRIJA AS SUAS CONSULTAS A **CENTRO DE PROJECTOS CUF** AV. 24 DE JULHO, 170 TELEF. 67 20 61 LISBOA - PORTUGAL TELEG. PROFABRIL CP-2

FANAFEL

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS

SOCIEDADE LIMITADA

APART.: 9
TELEF.: 93
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

FELTROS, FILTROS E TECIDOS INDUSTRIAIS PARA TODOS OS FINS:

EM PEÇAS, PANOS, MANGAS OU SACOS,
DE QUALQUER FIBRA

PASTA PARA PAPEL
PAPEL
FIBROCIMENTO
CURTUMES
FIAÇÕES DE ALGODÃO
LINHAS
INDÚSTRIAS QUÍMICAS

TECELAGENS
ACABAMENTOS
TINTURARIAS
LAVANDARIAS
ESTAMPARIAS
FILTROS
DESPOEIRAGEM

FLUIDO E MASTIC

IMPERMEABILIZAÇÕES

TORNA TUDO ESTANQUE

Impermeabilização e vedação perfeita de:

Terraços, Empenas, Algerozes, Clarabóias, Paredes húmidas, Coberturas, Fendas, Juntas de dilatação, etc., etc.

Fácil aplicação — Elasticidade excepcional
Não endurece nem apodrece

ROOFATEX **À base de borracha + alumínio**

Reforça a acção impermeabilizante do «Rubio», dando às construções um aspecto agradável — Protege todos os materiais contra a humidade, a ferrugem e a corrosão

RUBIO E ROOFATEX dois produtos que se completam

Representante Exclusivo: *Orlando Fernandes*

Rua Palmira, 46-A-B-C — LISBOA-1 — Telefs. 83 01 63 - 84 26 39 — End. teleg. «ORFER»

A existência de ruído impede o completo esclarecimento do destinatário. A existência de propriedades estatísticas permite definir quantitativamente e num sentido probabilístico o grau de incerteza que persiste após a comunicação.

* * *

Podemos tomar outra posição averiguando qual a quantidade de informação que em A se recebe sobre a ocorrência de y_k em B na base de na fonte ocorrer x_j.

Antes da selecção da mensagem o grau de incerteza que em A se mantém sobre a ocorrência de y_k em B é medido por

$$U_o(y_k) = -\log_2 p(y_k)$$

Realizada a selecção da mensagem que se supõe ser M_j e a que corresponde o símbolo transmitido x_j o grau de incerteza sobre a ocorrência de y_k em B é dado por

$$U(y_k/x_j) = -\log_2 p(y_k/x_j)$$

$p(y_k/x_j)$ = probabilidade de ocorrência de y_k em B na base de se transmitir x_j.

De acordo com a definição a quantidade de informação

$$Q(y_k/x_j)$$

que se recebe sobre y_k após a observação de x_j será dada por

$$Q(y_k/x_j) = U_o(y_k) - U(y_k/x_j)$$

Note-se que

$$Q(x_j/y_k) = Q(y_k/x_j)$$

De facto:

$$Q(x_j/y_k) = U_o(x_j) - U(x_j/y_k) = [-\log_2 p(x_j)] - [-\log 2\, p(x_j/y_k)] = \log^2 \frac{p(x_j/y_k)}{p(x_j)}$$

$$Q(y_k/x_j) = U_o(y_k) - U(x_k/x_j) = [-\log_2 p(y_k)] - [-\log 2\, p(y_k/x_j)] = \log_2 \frac{p(y_k/x_j)}{p(y_k)}$$

mas, como se notou já,

$$\frac{p(x_j/y_k)}{p(x_j)} = \frac{p(y_k/x_j)}{p(y_k)}$$

o que demonstra a afirmação.

* * *

Uma interpretação interessante destes resultados é a seguinte:

Consideremos as ocorrências x_j em A como resultados de sucessivas experiências.

Consideremos as correspondentes ocorrências y_k em B como resultados de outras experiências

Entre os acontecimentos x_j e y_k há uma ligação probabilística descrita por

$$p(y_k/x_j) \text{ ou } p(x_j/y_k)$$

$Q(x_j/y_k)$ representa a quantidade de informação que em B, a partir da observação do resultado y_k, se recebe sobre a hipotética ocorrência de x_j em A

$Q(y_k/x_j)$ representa a quantidade de informação que em A, a partir da observação do resultado x_j, se recebe sobre a hipotética ocorrência de y_k em B.

Em qualquer dos casos a quantidade de informação recebida é dada por:

$$\left[\begin{array}{c}\text{Quantidade de informação}\\ \text{recebida}\end{array}\right] = \left[\begin{array}{c}\text{grau de incerteza que}\\ \text{se associa a determi-}\\ \text{nada hipótese antes de}\\ \text{qualquer observação}\end{array}\right] - \left[\begin{array}{c}\text{grau de incerteza que}\\ \text{persiste sobre a hipó-}\\ \text{tese formulada após a}\\ \text{observação de um dado}\\ \text{resultado}\end{array}\right]$$

A igualdade

$$Q(x_j / y_k) = Q(y_k / x_j)$$

significa que em duas experiências ligadas probabilìsticamente a quantidade de informação que se recebe da experiência:

Hipótese x_j
Resultado y_k

é igual à quantidade de informação que se colhe da experiência

Hipótese y_k
Resultado x_j

Não existindo ligação entre A e B, x_j e y_k são acontecimentos independentes o que significa

$$p(x_j / y_k) = p(x_j) \text{ (independente de } y_k)$$
$$p(y_k / x_j) = p(y_k) \text{ (independente de } x_j)$$

Nesta hipótese:

$$Q(x_j / y_k) = \log_2 \frac{p(x_j / y_k)}{p(x_j)} = \log_2 \frac{p(x_j)}{p(x_j)} = 0$$

$$Q(y_k / x_j) = \log_2 \frac{p(y_k / x_j)}{p(y_k)} = \log_2 \frac{p(y_k)}{p(y_k)} = 0$$

o que significa que da observação de um acontecimento independente de outro não se recebe qualquer informação sobre este último.

* * *

Pode suceder que

$$p(x_j / y_k) < p(x_j)$$

Nessas condições

$$Q(x_j / y_k) < 0$$

e como

$$U(x_j / y_k) = U_o(x_j) - Q(x_j / y_k)$$

resulta

$$U(x_j / y_k) > U_o(x_j)$$

Isto significa o seguinte:

Receber uma quantidade de informação negativa implica que o grau de incerteza final é maior que o inicial.

A experiência realizada (comunicação efectuada) não esclarece mas pelo contrário torna mais duvidosa a hipótese formulada.

* * *

Esclareçamos a teoria exposta com um exemplo.

* — Fonte de informação:
Supomos que só existem dois símbolos x_1 x_2 $m = 2$

$$p(x_1) = \frac{1}{2} \qquad p(x_2) = \frac{1}{2}$$

* Lei de correspondência:
Não havendo ruído x_1 e x_2 seriam recebidos sob a forma

y_1 y_2

* Canal com ruído:

Não se criam símbolos novos $n = 2$

Probabilidade de transmitir correctamente um x_1 é $^{63}/_{64}$.

Probabilidade de transmitir correctamente um x_2 é $^{60}/_{64}$.

Isto significa que:

$$p(y_1/x_1) = \frac{63}{64} \quad \text{e} \quad p(y_2/x_2) = \frac{60}{64}$$

Da relação

$$\sum_{k=1}^{n} p(y_k/x_j) = 1$$

resulta

$$p(y_2/x_1) = \frac{1}{64} \quad \text{e} \quad p(y_1/x_2) = \frac{4}{64}$$

da relação

$$p(y_k) = \sum_{j=1}^{m} p(x_j)\, p(y_k/x_j)$$

obtém-se:

$$p(y_1) = p(x_1)\, p(y_1/x_1) + p(x_2)\, p(y_1/x_2) = \frac{1}{2}\,\frac{67}{64}$$

$$p(y_2) = p(x_1)\, p(y_2/x_1) + p(x_2)\, p(y_2/x_2) = \frac{1}{2}\,\frac{61}{64}$$

Estamos agora em condições de determinar a distribuição $p(x_j/y_k)$ a partir da relação

$$p(x_j/y_k) = \frac{p(x_j)}{p(y_k)}\, p(y_k/x_j)$$

o que conduz a

$$p(x_1/y_1) = \frac{63}{67} \qquad p(x_2/y_2) = \frac{60}{61}$$

$$p(x_2/y_1) = \frac{4}{67} \qquad p(x_1/y_2) = \frac{1}{61}$$

Podemos agora determinar

$Q(x_1/y_1)$ = Quantidade de informação que se recebe sobre x_1 na base de termos recebido y_1

e

$Q(x_2/y_1)$ = Quantidade de informação que se recebe sobre x_2 na base de termos recebido y_1.

$$Q(x_1/y_1) = U_o(x_1) - U(x_1/y_1) = [-\log_2 p(x_1)] - [-\log_2 p(x_1/y_1)].$$

$$Q(x_2/y_1) = U_o(x_2) - U(x_2/y_1) = [-\log_2 p(x_2)] - [-\log_2 p(x_2/y_1)]$$

ou seja

$$Q(x_1/y_1) = \left[-\log_2 \frac{1}{2}\right] - \left[-\log_2 \frac{63}{67}\right] = (1 - 0{,}09) = 0{,}91 \text{ binit}$$

$$Q(x_2/y_1) = \left[-\log_2 \frac{1}{2}\right] - \left[-\log_2 \frac{4}{67}\right] = (1 - 4{,}06) = -\,3{,}06 \text{ binit}$$

No primeiro caso recebeu-se uma quantidade de informação positiva 0,91. Se não houvesse ruido, $p(x_1/y_1) = 1$ e $U(x_1/y_1) = 0$ o que significa que se anularia o nosso grau de incerteza e se receberia mais informação, 1 binit em vez de 0,91.

No segundo caso a quantidade de informação recebida é negativa o que significa que o grau de incerteza *a posteriori* é superior ao grau de incerteza *a priori*.

Na realidade, recebido um y_1 é pouco provável que tenha ocorrido um x_2.

Podemos determinar:

$Q(y_1/x_1)$ = Quantidade de informação que se recebe sobre y_1 na base de ter ocorrido x_1 em A

$$Q(y_1/x_1) = U_0(y) - U(y_1/x_1) = \left[-\log_2 \frac{1}{2}\,\frac{67}{64}\right] - \left[-\log_2 \frac{63}{64}\right] = 0{,}94 - 0{,}03 = 0{,}91$$

ou seja, como se notara,

$$Q(y_1/x_1) = Q(x_1/y_1)$$

1.5 — Valor médio da quantidade de informação recebida. Entropia.

A definição

$$\left[\begin{array}{c}\text{Quantidade de informa-}\\ \text{ção recebida}\end{array}\right] = \left[\begin{array}{c}\text{Grau de incerteza}\\ \text{a priori}\end{array}\right] - \left[\begin{array}{c}\text{Grau de incerteza}\\ \text{a posteriori}\end{array}\right]$$

conduz ao seguinte:

«A quantidade de informação recebida é positiva se associarmos o resultado observado à hipótese mais provável. Se pelo contrário associarmos esse resultado a uma hipótese altamente improvável, a quantidade de informação recebida é negativa.»

No exemplo que se deu admitamos que o canal não tem ruído.

Nessas condições teríamos:

$$p(x_1/y_1) = 1 \qquad p(x_2/y_2) = 1$$
$$p(x_2/y_1) = 0 \qquad p(x_1/y_2) = 0$$

e então

$$Q(x_2/y_1) = U_0(x_2) - U(x_2/y_1) = \log_2 \frac{p(x_2/y_1)}{p(x_2)} = -\infty$$

Isto está certo mas é incómodo pois que condiciona a informação recebida a uma atitude arbitrária.

De facto a quantidade de informação que se receberia da sequência

$$y_2\ y_3\ y_1\ y_7\ y_9 \cdots$$

dependeria do símbolo x_j que se quisesse associar a cada um dos símbolos y_k observados.

A maneira de resolver a questão será tomar o valor médio da quantidade de informação recebida.

Na sequência considerada, o número de vezes que se observa a transformação

$$x_j \longrightarrow y_k$$

é dado, de acordo com a lei dos grandes números, por

$$N(x_j\, y_k) = p(x_j\, y_k)\, N$$

em que

N = número de símbolos da sequência

$p(x_j\, y_k)$ = probabilidade da transformação $x_j \longrightarrow y_k$

O valor médio da quantidade de informação recebida será então

$$I = \overline{Q(x_j/y_k)} = \lim_{N\to\infty} \frac{\sum_j \sum_k N(x_j\, y_k)\, Q(x_j/y_k)}{N} = \sum_j \sum_k p(x_j\, y_k)\, Q(x_j/y_k)$$

A transformação $(x_j \longrightarrow y_k)$ representa o acontecimento "$(x_j\ y_k)$ — ocorrência de x_j em A seguida de ocorrência de y_k em B" idêntico ao acontecimento "$(y_k\ x_j)$ — ocorrência de y_k em B antecedido da ocorrência de x_j em A.

Como se notou:

$$p\ (x_j\ y_k) = p\ (x_j)\ p\ (y_k / x_j) = p\ (y_k\ x_j) = p\ (y_k)\ p\ (x_j / y_k)$$

utilizando estas relações vamos dar uma outra forma a I.

Teremos:

$$I = \sum_j \sum_k p\ (x_j\ y_k)\ Q\ (x_j\ y_k) = \sum_j \sum_k p\ (x_j\ y_k)\ [U_o\ (x_j) - U\ (x_j / y_k)$$

Calculemos separadamente cada termo.

$$\begin{aligned} \sum_j \sum_k p\ (x_j\ y_k)\ U_o\ (x_j) &= -\sum_j \sum_k p\ (x_j)\ p\ (y_k / x_j)\ \log_2 p\ (x_j) \\ &= -\sum_j p\ (x_j)\ \log_2 p\ (x_j) \sum_k p\ (y_k / x_j) \\ &= -\sum_j p\ (x_j)\ \log p\ (x_j) \end{aligned}$$

Note-se que

$$\sum_k p\ (y_k / x_j) = 1$$

Façamos:

$$-\sum_j p\ (x_j)\ \log_2 p\ (x_j) = H\ (X)$$

Calculemos o segundo termo mas usando a relação:

$$p\ (x_j\ y_k) = p\ (y_k\ x_j) = p\ (y_k)\ p\ (x_j / y_k)$$

Vem

$$\begin{aligned} \sum_j \sum_k p\ (x_j\ y_k)\ U\ (x_j / y_k) &= -\sum_j \sum_k p\ (y_k)\ p\ (x_j / y_k)\ \log_2 p\ (x_j / y_k) \\ &= \sum_k p\ (y_k) \left[-\sum_j p\ (x_j / y_k)\ \log_2 p\ (x_j / y_k) \right] \\ &= \sum_k p\ (y_k)\ H\ (X / y_k) = H\ (X / Y) \end{aligned}$$

Em resumo:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Valor médio da quantidade de informação recebida} \\ \text{sobre X } (x_j) \text{ pelo conhecimento de Y } (y_k) \end{array} \right] = \overline{Q\ (x_j / y_k)} = I = H\ (X) - H\ (X / Y)$$

$$H\ (X) = -\sum_j p\ (x_j)\ \log_2 p\ (x_j)$$

$$H\ (X / Y) = \sum_k p\ (y_k)\ H\ (X / y_k)$$

$$H\ (X / y_k) = -\sum_j p\ (x_j / y_k)\ \log_2 p\ (x_j / y_k)$$

Anàlogamente se obtinha:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Valor médio da quantidade de informação recebida} \\ \text{sobre Y } (y_k) \text{ pelo conhecimento de X } (x_j) \end{array} \right] = \overline{Q\ (y_k / x_j)} = I = H\ (Y) - H\ (Y / X)$$

$$H\ (Y) = -\sum_k p\ (y_k)\ \log_2 p\ (y_k)$$

$$H\ (Y/X) = \sum_j p\ (x_j)\ H\ (Y / x_j)$$

$$H\ (Y / x_j) = -\sum_k p\ (y_k / x_j)\ \log_2 p\ (y_k / x_j)$$

1.5.1 — Entropia:

As funções H introduzidas são normalmente designadas por:

H (X) = entropia da fonte de informação em A.

$H(Y)$ = entropia da fonte de informação em B (saída do canal).

$H(X/Y)$ = entropia da fonte condicionada ao conhecimento de Y.

$H(X/Y)$ = entropia da saída do canal condicionada ao conhecimento de X.

Estas funções gozam das seguintes propriedades:

* $H(X) \geqslant 0$
* $H(X)$ é máxima para $p(x_1) = p(x_2) = p(x_m) = \frac{1}{m}$, sendo $H(X)_{máx} = \log m$
* $0 \leqslant H(X/Y) \leqslant H(X)$
* $0 \leqslant H(Y/X) \leqslant H(Y)$

Resulta daqui que

$$I = H(X) - H(X/Y) = H(Y) - H(Y/X) \geqslant 0$$

1.5.2 — Interpretação dos resultados:

* Entropia da fonte $H(X)$

$$H(X) = -\sum_i p(x_j) \log p(x_j) = \sum_i p(x_j)\, U_o(x_j)$$

representa o valor médio do grau de incerteza que se mantém *a priori* sobre as ocorrências x_j em A.

Não havendo ruído

$$H(Y/X) = H(X/Y) = 0$$

e então

$$J = H(X) = H(Y)$$

pelo que representa também o valor médio da quantidade de informação que se recebe usando um canal sem ruído.

* Entropia condicionada $H(X/Y)$ representa o valor médio do grau de incerteza que após a recepção persiste sobre os acontecimentos em A.
* $H(Y)$ e $H(Y/X)$ têm interpretações semelhantes às anteriores.
* Valor médio da quantidade de informação recebida I.

$$I = H(X) - H(X/Y) = H(Y) - H(Y/X) \geqslant 0$$

é agora uma quantidade positiva ou nula o que resulta de se ter tomado o valor médio da quantidade de informação elementar

$$Q(x_j/y_k) = [-\log_2 p(x_j)] - [-\log_2 (x_j/y_k)]$$

O segundo termo de $Q(x_j/y_k)$ contribui para I com

$$-p(x_j/y_k) \log_2 p(x_j/y_k)$$

Admitindo que $p(x_j/y_k) = 0$

será $$-p \log_2 p = \lim_{p \to 0} [-p \log_2 p] = 0$$

Embora se mantenha significado para uma quantidade de informação negativa, o valor médio da informação é positivo ou nulo, o que resulta de os casos mais improváveis serem aqueles que menos ocorrem.

Continua a ser lícito fazer uma hipótese altamente improvável mas essa atitude é pesada no cálculo da informação recebida pela probabilidade da ocorrência que é a mesma da hipótese que se formulou.

* Desde que o ruído seja tal que

$$y_k \text{ é independente de } x_j$$

o que significa em última análise que

$$p(x_j / y_k) = p(x_j)$$
$$p(y_k / x_j) = p(y_k)$$

resulta

$$H(X/Y) = H(X)$$
$$H(Y/X) = H(Y)$$

e finalmente

$$I = 0$$

o que significa que deixando de haver ligação probabilística entre A e B a informação que se recebe é nula.

Este resultado não se aplica só à média mas resulta como é evidente de quantidades de informação recebidas nulas por cada símbolo y_k recebido.

$$Q(x_j / y_k) = [-\log_2 p(x_j)] - [-\log_2 p(x_j / y_k)] = 0$$

1.6 — Unidades

* O grau de incerteza mede-se em unidades de incerteza $[1]_n$. Adoptando $n = 2$ teremos uma unidade binária que se designa por «binit».

* A quantidade de informação, diferença de graus de incerteza, mede-se também em «binit».

* O valor médio da quantidade de informação I é por definição uma grandeza que multiplicada por N nos dá a quantidade de informação recebida de uma sequência de N símbolos.

Nesta conformidade a unidade de medida de I será

$$[I] = \text{binit símbolo}^{-1} = \text{binit/símbolo}$$

2 — Sistemas discretos: Capacidade do Canal de Informação

2.1 — Introdução

Admitamos que não há ruído. O canal transmite correctamente os diversos símbolos observando-se a correspondência

$$x_j(A) \longrightarrow y_j(B)$$

A quantidade de informação que em média se recebe em B é dada por

$$I = H(X) - H(X/Y) \text{ binit / símbolo}$$

Não havendo ruído

$$H(X/Y) = 0$$

e então

$$I = H(X) = -\sum_j p(x_j) \log_2 p(x_j) \text{ binit / símbolo}$$

* * *

Averiguemos agora sobre o comportamento do canal no tempo. Que quantidade de informação se recebe na unidade de tempo ou, o que é o mesmo, que quantidade de informação se transmite na unidade de tempo?

Identificaremos a quantidade de informação transmitida com a quantidade de informação recebida no sentido de que aquilo que efectivamente se transmite é o que efectivamente se recebe.

A grandeza que mede a quantidade de informação transmitida na unidade de tempo designa-se por R

$$[R] = \text{binit [unidade de tempo]}^{-1}$$

Para calcular R é necessário atribuir a cada símbolo uma determinada ocupação de tempo.

Isso pode-se fazer dum modo simples e que esquemàticamente se representa na figura 2

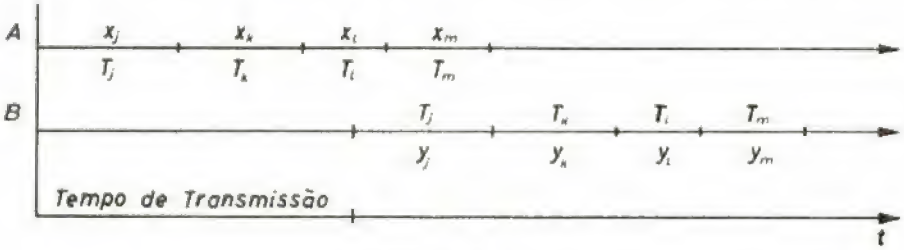


Fig. 2

Admite-se que a cada símbolo x_j corresponde um intervalo de tempo T_j contíguo ao intervalo T_k correspondente ao símbolo x_k que se segue. Supõe-se ainda que após um determinado tempo de transmissão se observa em B uma ocupação do tempo idêntica por símbolos y_j y_k etc.

A duração média de um símbolo será dada por

$$T = \sum_j T_j \, p(x_j)$$

A quantidade de informação transmitida na unidade de tempo é dada por:

$$R = \frac{Q(N)}{N\,T}$$

Q (N) = quantidade de Informação transmitida (ou recebida) numa sequência de N símbolos
N = número de símbolos da sequência
T = duração média de um símbolo.

Q (N) calcula-se fàcilmente, será

$$Q(N) = N\,I = N\,H(X)$$

por definição de valor médio de quantidade de informação.

Teremos portanto

$$R = \frac{H(X)}{T} = -\frac{\sum_j p(x_j) \log_2 p(x_j)}{\sum_j T_j \, p(x_j)}$$

* * *

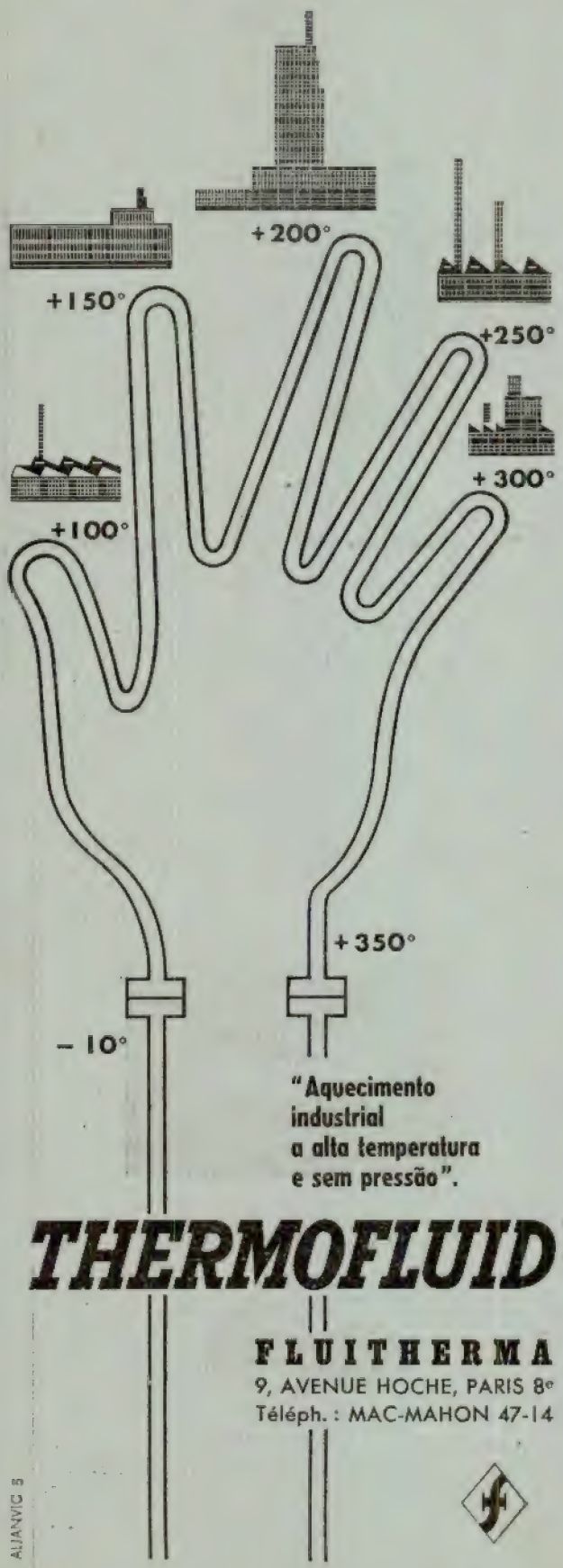
Havendo ruído R será dado por

$$R = \frac{H(X) - H(X/Y)}{T}$$

Surge aqui uma dificuldade devido ao aparecimento de símbolos novos pelo que a questão não será abordada com generalidade. No caso do ruído admitiremos que todos os símbolos têm a mesma duração inclusive os novos símbolos.

Sendo assim:

$$T_1 = T_2 = \ldots T_m = T$$



"Aquecimento industrial a alta temperatura e sem pressão".

THERMOFLUID

FLUITHERMA

9, AVENUE HOCHE, PARIS 8e

Téléph. : MAC-MAHON 47-14

ALJANVIC 3

FABRICO

- AÇO
- AÇO CADMIADO
- AÇO CADMIADO BICROMATADO
- BRONZE FOSFOROSO
- BRONZE BERYLLIUM

Para porcas | metricas : 2 a 33 mm / polegadas : 1/16 a 1" 3/8

Catalogos e Amostras Gratuitas

- *Qualidade e segurança de apêrto*
- *Bons contactos eléctricos*
- *Aproveitamento de tempo na montagem*

Representante :

GOMES DE CASTRO & IRMÃO, LDA.

Sede :	Filial :
Rua Guedes de Azevedo, 229	Rua dos Remolares, 12-4º • Sala A
Telefs. 20.658/25.544/36.120	Telefone 366.583
PORTO	**LISBOA**

PUB. G. BAUDEL - PARIS

ASEA

a maior fábrica de equipamentos eléctricos industriais da Europa Setentrional

Representada em Portugal pela

ASEA ELÉCTRICA L.DA

SEDE EM LISBOA:

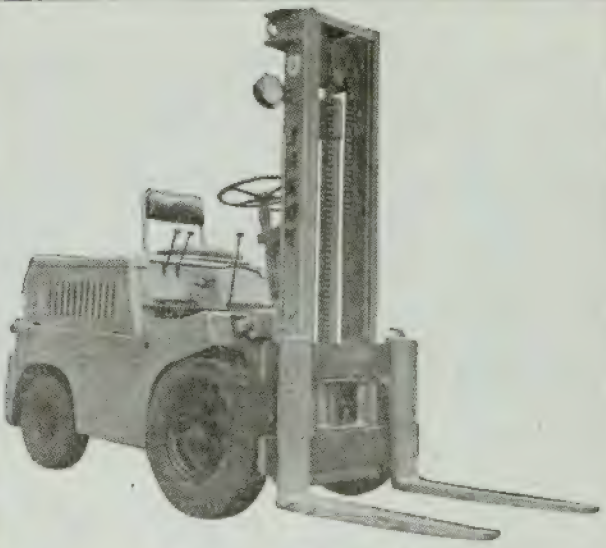
RUA DE ARTILHARIA UM, 104, 4.º-DT.º

TELEFONES: P. P. C. 68 90 17/8/9

FILIAL NO PORTO:

RUA DO CAMPO ALEGRE, 144 • TELEFS.: P.P.C. 6 21 06/7

END. TELEG.: "ASEAPORT"



SAXBY

Empilhadores **Transportadores**

para todos os tipos de mercadorias e materiais

Representantes em Portugal:

AZEVEDO & PESSI, L.DA

Rua Nova do Almada, 46 LISBOA 2

Tel.: 3 01 32 (6 linhas)

"IMPERMEÁBILIS"

O IMPERMEABILIZANTE OFICIALMENTE ACONSELHADO EM TODAS AS ARGAMASSAS DE CIMENTO

Prédios, empenas, caves. — Depósitos para água, vinhos e aguardentes. — Facultam-se certificados de ensaio dos Laboratório Nacional de Engenharia Civil e da Junta Nacional do Vinho

Distribuidor geral para todo o Império Português:

ANSELMO DE MATOS

Av. Almirante Reis, 179, r/c. - Tel. 4 64 39 - LISBOA - 1

Revendedores em Lisboa:

João Pereira Vareiro & Filhos, Lda.
Rua Augusto José Vieira, 12 - Tel. 84 74 80

Manuel Pereira Matias, Lda.
Rua de Pedrouços, 105-A - Tel. 61 11 53

Manufacturas de Cimento Fortex, Lda.
Estrada de Benfica, 727 - Tel. 70 21 75

Sequeira & Santos, Lda.
R. José Joaquim Marques, 113 - Tel. 02 61 05 - MONTIJO

Companhia Portuguesa de Trefilaria

S. A. R. L.

ARMADURAS PRÉ-FABRICADAS **MALHASOL**

Tensão de segurança 3.000 Kg/cm²

AÇO-BI

Tensão de segurança 4.000 Kg/cm²

AÇOS DE ALTA RESISTÊNCIA PARA BETÃO ARMADO

que pela eficiência técnica e económica a que conduzem, são um indispensável elemento na moderna construção civil

Para qualquer obra em betão armado consulte:

DIAL — GABINETE TÉCNICO

R. DO INSTITUTO INDUSTRIAL, 18-1.º DT.º — LISBOA

TELEFONES 67 12 24/5 E 67 37 85

* * *

A capacidade do canal de informação será, por definição, o maior valor que R pode tomar.

2.2 — Capacidade do canal sem ruído

2.2.1 — Sistema sem restrições

Num sistema sem restrições a ocorrência do símbolo x_j é sempre possível qualquer que seja j e qualquer que seja o símbolo ou símbolos que o antecedam.

A capacidade do canal será, por definição,

$$C = [\text{Valor máximo de } R] \text{ binit . seg}^{-1}$$

A determinação de C implica, portanto, a resolução do seguinte problema:

Dados:

$$T_1 \; T_2 \ldots T_m$$

determinar a distribuição

$$P \; (p(x_1) \; p(x_2) \ldots p(x_m))$$

que torna máxima a função

$$R = - \frac{\sum_j p(x_j) \log_2 p(x_j)}{\sum_j T_j \, p(x_j)}$$

sujeita à restrição

$$F = \sum_j p(x_j) - 1 = 0$$

Utilizando o método dos multiplicadores de Lagrange obtemos m equações.

$$\frac{\partial R}{\partial p(x_j)} + \lambda \frac{\partial F}{\partial p(x_j)} = 0 \qquad j = 1 \ldots m$$

Eliminando λ é fácil chegar ao seguinte resultado

$$p(x_j) = W^{-\overline{T}_j}$$

em que W é a maior raiz da equação

$$\sum_j W^{-\overline{T}_j} = 1$$

$\overline{T}_j$ é uma quantidade que se considera adimensional e dá-nos a medida do intervalo de tempo relativamente à unidade de tempo que se escolher.

Isto é

$$T_j = \overline{T}_j \text{ [unidade de tempo]}$$

Substituindo em R os $p(x_j)$ obtém-se:

$$C = \log_2 W \quad \text{binit seg}^{-1}$$

A interpretação do resultado obtido para $p(x_j)$ é imediato: os símbolos de maior duração devem ser os menos prováveis para boa eficiência do sistema.

* * *

Vamos dar exemplos de aplicação:

1.º Exemplo: Determinar a capacidade de um canal em que $T_1 = T_2 = T_m = T$

A equação

$$\Sigma \; W^{-\overline{T}_j} = 1$$

assume a forma

$$m\,W^{-T} = 1$$

donde resulta:

$$\log_2 W = \frac{\log_2 m}{T}$$

e finalmente:

$$C = \frac{1}{T}\log_2 m \quad \text{binit seg}^{-1}$$

Conclusão: A capacidade do canal representa a máxima quantidade de informacão que é possível transmitir na unidade de tempo.

No caso de usarmos símbolos de igual duração, esse máximo atinge-se quando os símbolos forem equiprováveis.

2.° exemplo: Consideremos outro exemplo:

Dois símbolos x_1 e x_2 $\quad T_1 = 20$ m seg $\quad T_2 = 40$ m seg

Unidade de tempo 20 m seg

Tempos $\overline{T}$ $\quad \overline{T}_1 = 1 \quad \overline{T}_2 = 2$

Teremos

$$W^{-1} + W^{-2} = 1 \qquad W = \frac{1+\sqrt{6}}{2} = 1{,}62 \qquad \log_2 W = 0{,}696 \simeq 0{,}7$$

do que resulta:

$$C = 0{,}7 \text{ binit [unidade de tempo]}^{-1} = 0{,}7 \quad [20 \text{ m seg}]^{-1}$$
$$= \frac{0{,}7}{20 \,.\, 10^{-3}} \text{ binit seg}^{-1} = 3535 \text{ binit seg}^{-1}$$

$$p(x_1) = (1{,}62)^{-1} = 0{,}617$$
$$p(x_2) = (1{,}62)^{-2} = 0{,}383$$

2.2.2 — Sistema com restrições

Limitamo-nos a indicar a natureza das restrições que se consideram e a dar o resultado que se obtém para a capacidade do canal (Shannon — The Mathematical Theory of Communication).

Restrições:

$\overline{T}_j^{\,\alpha\beta}$ = duração do símbolo x_j permissível no estado α e que leva o sistema ao estado β (*)

A capacidade do canal é dada por

$$C = \log_2 W \text{ binit [unidade de tempo]}^{-1}$$

em que W é a maior raíz da equação

$$\left| \sum_j W^{-\overline{T}_j^{\,\alpha\beta}} - \delta_{\alpha\beta} \right| = 0$$

$\delta_{\alpha\beta}$ (Símbolo de Kronecker)

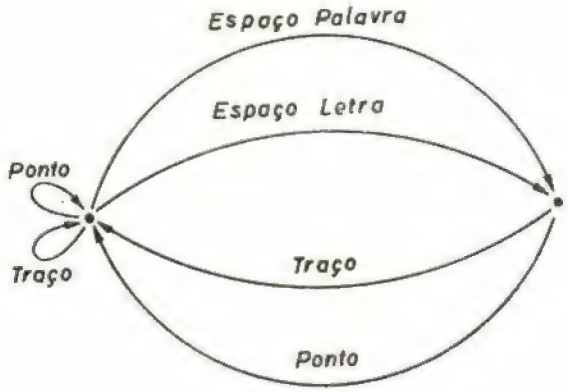
(*) Admite-se que a fonte de informação é susceptível de assumir vários estados. Cada estado distingue-se pela natureza dos símbolos que lhe são permitidos. Em resumo, a consideração e a noção de estado constitui um esquema que traduz convenientemente um sistema com restrições.

Vamos exemplificar :

Canal alimentado pelos símbolos telegráficos do código Morse que são :

Ponto ——————→	$\overline{T}_1 = 2$ unidades	Símbolo x_1
Traço ——————→	$\overline{T}_2 = 4$ unidades	Símbolo x_2
Espaço letra ——————→	$\overline{T}_3 = 3$ unidades	Símbolo x_3
Espaço palavra ——————→	$\overline{T}_4 = 6$ unidades	Símbolo x_4

Temos dois estados :



* No estado 1 é permissível a ocorrência de :

Um ponto que leva do estado 1 ao estado 1 → $\overline{T}_1^{11} = 2$

Um traço » » » » 1 » » 1 → $\overline{T}_2^{11} = 4$

Um espaço letra que leva do estado 1 ao estado 2 → $\overline{T}_3^{12} = 3$

Um espaço palavra que leva do estado 1 ao estado 2 → $\overline{T}_4^{12} = 6$

* No estado 2 é permissível a ocorrência de :

Um ponto que leva do estado 2 ao estado 1 → $\overline{T}_1^{21} = 2$

Um traço » » » » 2 » » 1 → $\overline{T}_2^{21} = 4$

Podemos organizar um quadro referente aos diversos símbolos e mudanças de estado que promovem :

11				12			
$\overline{T}_1^{11}$	$\overline{T}_2^{11}$	—	—	—	—	$\overline{T}_3^{12}$	$\overline{T}_4^{12}$
2	4	—	—	—	—	3	6
$\overline{T}_1^{21}$	$\overline{T}_2^{21}$	—	—	—	—	—	—
2	4	—	—	—	—	—	—
21				22			

É fácil escrever agora a equação em W.

$$\begin{vmatrix} W^{-2} + W^{-4} - 1 & W^{-3} + W^{-6} \\ W^{-2} + W^{-4} & -1 \end{vmatrix} = 0$$

o que conduz à equação:

$$W^{-10} + W^{-8} + W^{-7} + W^{-5} + W^{-4} + W^{-2} - 1 = 0$$

A maior raiz vale

$$W = 1{,}453$$

A capacidade do canal valerá:

$$C = \log_2 W = 0{,}54 \text{ binit [unidade de tempo]}^{-1}$$

2.2.3 — Outra definição da capacidade do canal sem ruído:

Outra maneira de definir a capacidade do canal na ausência de ruído é a seguinte:

$$C = \lim_{T \to \infty} \frac{\log_2 N(\bar{T})}{\bar{T}} \text{ binit [unidade de tempo]}^{-1}$$

em que $N(\bar{T})$ designa o número de sequências que é possível organizar no tempo $\bar{T}$ com os símbolos de que dispomos no canal.

Esta definição conduz aos mesmos resultados da que anteriormente se deu.

De facto o número de diferentes sequências que se podem conceber no tempo $\bar{T}$ tende para

$$N(\bar{T}) = AW^{\bar{T}}$$

A = constante que depende da natureza dos símbolos e restrições existentes.

W = tem igual dependência e determina-se a partir das equações consideradas em (2.2.1) e (2.2.2).

Substituindo $N(\bar{T})$ na expressão de C obtém-se:

$$C = \log_2 W$$

Como W é o mesmo dos casos anteriores a capacidade é também a mesma.

2.3 — Capacidade do canal com ruído

Tem a mesma definição que no caso do canal sem ruído.

Neste caso admitimos que todos os símbolos têm a mesma duração, pelo que

$$R = \frac{1}{T} [H(X) - H(X/Y)]$$

A capacidade será então:

$$C = [\text{Máximo valor de } R] \text{ binit seg}^{-1}$$

Os dados do problema são:

Número de símbolos

Propriedades do canal quanto ao ruído $\longrightarrow p(y_k / x_j)$ ou $p(x_j / y_k)$

Será necessário determinar a distribuição

$$p(x_1)\, p(x_2) \ldots p(x_m)$$

que torna R máximo

3 — Sistemas discretos: Teoremas fundamentais

3.1 — Códigos. Codificação

Até aqui considerámos o sistema de informação reduzido a três elementos essenciais:

Fonte de informação

Canal de informação

Destinatário

tendo-se utilizado a correspondência

$$\underset{\text{Fonte}}{M_k \rightarrow x_k} \xrightarrow[\text{ruído}]{\text{Canal sem}} \underset{\text{Destinatário}}{y_k \rightarrow M_k}$$

Isto é, a cada mensagem M_k fez-se corresponder um símbolo x_k.

Cada símbolo x_k, na ausência de ruído, origina y_k em B.

O destinatário associa a y_k a mensagem M_k.

Deste modo se processa a transmissão de informação.

Um sistema assim concebido é rudimentar e exigiria tantos símbolos x_j quantas as diferentes mensagens seleccionadas pela fonte de informação.

Não é necessário que assim seja e na realidade raramente o é.

Poderemos transmitir m mensagens diferentes utilizando um número mais reduzido de símbolos.

Podemos transmitir o que desejarmos utilizando dois símbolos apenas

$$x_1 \text{ e } x_2$$

Vejamos um modo de o fazer.

Seja $m = 3$

Estabeleçamos as seguintes correspondências:

Mensagens	Número de ordem na base 10	Número de ordem na base 2	Combinações de símbolos x	Combinações de símbolos telegráficos	Sinais telegráficos
M_1	1	01	$x_1\ x_2$	Espaço-Marca	
M_2	2	10	$x_2\ x_1$	Marca-Espaço	
M_3	3	11	$x_2\ x_2$	Marca-Marca	

A cada mensagem faz-se corresponder um número de ordem que escrito na base 2 conduz a sequências de algarismos 0 e 1.

A «0» faz-se corresponder x_1, a «1» corresponderá x_2.

A x_1 corresponde um espaço e a x_2 uma marca o que conduz em última análise aos sinais telegráficos que são típicos de um sistema síncrono de duas unidades.

* * *

A operação que faz corresponder a cada mensagem uma dada combinação de símbolos do canal de informação, símbolos telegráficos no caso da telegrafia, designa-se por codificação.

A operação inversa será a descodificação.

Código designa o sistema de símbolos utilizados pelo canal e a correspondência que em particular se estabeleceu entre as mensagens duma dada fonte de informação e possíveis combinações dos símbolos distintos que o canal utiliza.

3.2 — Esquema fundamental de um sistema de informação discreta

De acordo com o que dissemos, um sistema de informacão discreta traduz-se pelo seguinte esquema fundamental (fig. 3):

Fonte de informação — *Centro de codificação* — *Canal de informação* — *Centro de descodificação* — *Destinatário*

A fonte gera sequências de mensagens.

$$M_1\ M_2\ \ldots\ldots\ M_M$$

No centro de codificação estabelece-se a correspondência:

$$M_k \longrightarrow \text{Combinação}_K \text{ de } (x_1\, x_2 \ldots x_m),$$

admitindo que se usam $m < M$ símbolos x_j

O centro de codificação gera sequências de símbolos

$$x_1\ x_2\ \ldots\ldots\ x_m$$

O canal de informação gera sequências de símbolos

$$y_1\ y_2\ \ldots\ldots\ y_m\ y_{m+1}\ \ldots\ldots\ y_n$$

O centro de descodificação opera na base da correspondência

$$x_k \longrightarrow y_k$$

a que corresponde em última análise

$$\text{Combinação}_K \text{ de } (y_1\, y_2 \ldots y_m) \longrightarrow M_K$$

Aparecendo uma combinação que não se convencionou (acção do ruido), o centro de descodificação rejeita-a, podendo pedir à fonte para a retransmitir. Funcionam nesta base alguns sistemas telegráficos com a possibilidade de detecção de erros.

3.3 — Grandezas características dum sistema de informação

São as seguintes:

* Entropia da fonte de informação:

$$H\,(M) = -\sum_{i=1}^{M} p\,(M_i)\,\log_2 p\,(M_i) \text{ binit símbolo}^{-1}$$

Os símbolos aqui são os símbolos

$$M_1\ M_2\ \ldots\ldots\ M_M$$

de M diferentes mensagens.

Para o centro de codificação, mensagem é qualquer ocorrência a que se faz corresponder uma combinação de símbolos

$$(x_1\, x_2 \ldots x_m)$$

transmitidos pelo canal de informação.

Neste sentido, mensagem poderá ser cada uma das letras dum escrito (transmissão letra a letra).

Poderá ser uma frase dum conjunto de frases convencionais designadas por um número de ordem, etc.

* Código:

Caracteriza-se pela correspondência que se estabeleceu entre M_k e uma dada combinação dos símbolos x_j de que dispõe o canal.

Por exemplo:

$$M_k \longrightarrow \text{Sequência} \quad x_{\alpha_k}\, x_{\beta_k} \ldots x_{\omega_k} \qquad \alpha_k,\ \beta_k,\ \omega_k = 1 \ldots m$$

$$\alpha_k\ \beta_k \ldots \omega_k \longrightarrow \text{são índices característicos da mensagem } M_k$$

* Canal de informação

Caracteriza-se por:

Número de símbolos distintos que utiliza $x_1\ x_2 \ldots x_m$

Duração desses símbolos $T_1\ T_2 \ldots T_m$

Comportamento em relação ao ruído: descrito por $p\,(y_k/x_j)$ ou $p\,(x_j/y_k)$.

Velocidade de transmissão (de quantidade de informação).

$$R = \frac{H(X)}{T} = \frac{\sum_{j=1}^{m} p(x_j) \log p(x_j)}{\sum_{j=} p(x_j) \; T_j} \text{ (Canal sem ruído)}$$

$$R = \frac{H(X) - H(X/Y)}{T} \text{ (Canal com ruído)}$$

$$T_1 = T_2 = T_m = T$$

Capacidade do canal

$$C = [\text{máximo de } R]$$

As unidades de medida de R e C são

$$[R] = [C] = \text{binit (unidade de tempo)}^{-1}$$

* Quantidade de informação emitida na unidade de tempo (valor médio).

H (M) representa o valor médio da quantidade de informação que se receberia se não houvesse ruído.

Dividindo H (M) pela duração média de uma mensagem, mais correctamente pela duração média das sequências

$$x_{\alpha_k} \quad x_{\beta_k} \ldots x_{\omega_k}$$

que correspondem às diversas mensagens, ou seja:

$$T_M = \sum_{i=1}^{M} p(M_i) \; [T_{\alpha_k} + T_{\beta_k} + \ldots T_{\omega_k}]$$

$T_{\alpha_k}, T_{\beta_k}, T_{\omega_k}$ duração dos símbolos x_{α_k} x_{β_k} x_{ω_k}, com $\alpha_k, \beta_k, \omega_k = 1 \ldots m$

obtém-se uma grandeza:

$$G = \frac{H(M)}{T_M} \text{ binit [unidade de tempo]}^{-1}$$

que nos dá a quantidade de informação que é emitida, em média, na unidade de tempo pelo centro de codificação e que depende, portanto, das características da fonte e do código que se utiliza.

* Valor médio da quantidade de informação recebida pelo destinatário.

Pode-se exprimir na distribuição

$$p(M_1) \; p \; M_2) \ldots p(M_M)$$

e na distribuição

$$p(M_i / \mathcal{M}_l)$$

em que $\mathcal{M}$ designa mensagem recebida e M mensagem que foi seleccionada pela fonte.

Esta distribuição pode-se determinar da distribuição $p(x_i / y_k)$ característica do canal.

Será então:

$$I = H(M) - H(M/\mathcal{M})$$

em que:

$$H(M/\mathcal{M}) = \sum_{l=1}^{M} p(\mathcal{M}_l) \; H(M/\mathcal{M}_l)$$

$$H(M/\mathcal{M}_l) = -\sum_{i=1}^{M} p(M_i/\mathcal{M}_l) \log_2 p(M_i/\mathcal{M}_l)$$

3.4 — Teoremas fundamentais da Teoria da Informação — Caso discreto

Estamos em condições de enunciar os teoremas fundamentais da Teoria da Informação. Não demonstraremos esses teoremas limitando-nos a dar a sua interpretação A sua demonstração encontra-se no trabalho original de Shannon (The Mathematical Theory of Communication).

I — Teorema — Canal sem ruído (Shannon)

Dados:
Fonte de informação de entropia H (M) binit./símbolo
Canal com a capacidade C binit/unidade de tempo.
É possível codificar a informação gerada pela fonte de tal modo que podemos transmitir com uma velocidade de

$$\left[\frac{C}{H} - \varepsilon\right] \text{ símbolos/unidade de tempo}$$

ε é positivo e arbitràriamente pequeno.
Não é possível transmitir a uma velocidade superior a

$$\frac{C}{H} \text{ Símbolos/unidade de tempo.}$$

* * *

Notando que

$$\frac{1}{T_M} = \text{número médio de símbolos transmitidos na unidade de tempo}$$

o teorema diz-nos que se pode ter

$$\frac{1}{T_M} = \frac{C}{H(M)} - \varepsilon$$

ou seja

$$\frac{H(M)}{T_M} = C - \varepsilon H(M)$$

Para H (M) finito ε H (M) é uma quantidade δ da ordem de ε, vindo

$$G = C - \delta$$

o que significa que G deve estar superiormente limitado por C

II — Teorema — Canal com ruído

Dados:
Fonte de informação de entropia H (M) binit/símbolo e um centro de codificação gerando informação ao ritmo médio de $G = \frac{H(M)}{T_M}$ binit/unidade de tempo.
Um canal de informação de capacidade C binit/unidade de tempo.
Se $G < C$ existe processo de codificar a informação gerada pela fonte com um grau de incerteza final

$$H(M/\partial n)$$

arbitràriamente pequeno.

Se $G > C$ existe processo de codificar de tal modo que $H(M/\mathcal{M})$ é menor que

$$H(M) - C\,T_M + \varepsilon$$

ε é uma quantidade positiva arbitràriamente pequena.
Não existe código que conduza a

$$H(M/\mathcal{M}) < H(M) - C\,T_M$$

* * *

3.4.1 — Interpretação

Canal sem ruído

Para que um dado canal possa transmitir por qualquer processo de codificação a informação gerada por uma dada fonte, é necessário em última análise que o número de sequências que é possível organizar nesse canal num dado intervalo de tempo T $(T \to \infty)$ não seja excedido pelo número de sequências diferentes que durante o mesmo tempo possam ser geradas pela fonte.

O número de sequências que se podem organizar no canal tende para

$$N(\overline{T}) = A\,W^{\overline{T}} = A\,2^{(C\,\overline{T})}$$

$$C = \log_2 W$$

Numa sequência de N mensagens ocorrem

$$\begin{array}{lll} N(M_1) = p(M_1)\,N & \text{mensagens} & M_1 \\ N(M_2) = p(M_2)\,N & \quad\text{»} & M_2 \\ N(M_M) = p(M_M)\,N & \quad\text{»} & M_M \end{array}$$

A probabilidade de uma dada sequência particular, ocorrência independente (fonte elementar) é dada por

$$p = p(M_1)^{N\,p(M_1)}\quad p(M_2)^{N\,p(M_2)}\quad \ldots\ldots\ldots\quad p(M_M)^{N\,p(M_M)}$$

ou seja

$$p = 2^{-H(M)\,N}$$

As diversas sequências são equiprováveis e assim o número de sequências distintas com N símbolos será dado por

$$\frac{1}{p} = 2^{H(M)\,N}$$

Designando por $\overline{T}_M$ a duração média de uma mensagem

$$T = N\,\overline{T}_M$$

e então o número de mensagens distintas no tempo T é dado por

$$N_M(\overline{T}) = 2^{H(M)\,\overline{T}/\overline{T}_M}$$

Devendo ser

$$N(\overline{T}) > N_M(\overline{T})$$

virá

$$C\,\overline{T} > \frac{H(M)}{T_M}\,\overline{T}$$

ou seja

$$\frac{H(M)}{\overline{T}_M} = G \leqslant C$$

É este o significado do teorema.

* * *

Vamos dar um exemplo:

Consideremos uma fonte em que:

$$p(M_1) = {}^7/_8$$
$$p(M_2) = {}^1/_8$$

e um canal em que dispomos de dois símbolos x_1 e x_2

$$x_1 \longrightarrow \overline{T}_1 = 1$$
$$x_2 \longrightarrow \overline{T}_2 = 1$$

a capacidade do canal obtém-se de:

$$W^{-1} + W^{-1} = 1 \qquad C = \log_2 w = \log_2 2 = 1 \text{ binit/unidade de tempo}$$

Façamos no centro de codificação a correspondência

$$M_1 \longrightarrow x_1$$
$$M_2 \longrightarrow x_2$$

Calculemos a entropia da fonte:

$$H(M) = -\sum_{i=1}^{2} p(M_i) \log_2 p(M_i) = -\left[\frac{7}{8}\log_2\frac{7}{8} + \frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}\right] = 0{,}54 \text{ binit/símbolo}$$

Calculemos a duração média de cada símbolo (mensagem)

$$\overline{T}_M = p(M_1)\,\overline{T}_1 + p(M_2)\,\overline{T}_2 = \frac{7}{8}\,.\,1 + \frac{1}{8}\,.\,1 = 1$$

Calculemos G, a quantidade de informação emitida na unidade de tempo pelo centro de codificação

$$G = \frac{H(M)}{\overline{T}_M} = 0{,}54 \text{ binit/unidade de tempo}$$

o que significa que não aproveitamos completamente as possibilidades do canal que se traduzem pela sua capacidade

$$C = 1 \text{ binit/unidade de tempo}$$

* * *

Usemos outro código (código do tipo Shannon-Fano)

$$(M_1 M_1) = M'_1 \longrightarrow x_1 \qquad p(M'_1) = p(M_1)\,p(M_1) = \frac{49}{64}$$

$$(M_1 M_2) = M'_2 \longrightarrow x_2 x_1 \qquad p(M'_2) = p(M_1)\,p(M_2) = \frac{7}{64}$$

$$(M_2 M_1) = M'_3 \longrightarrow x_2 x_2 x_1 \qquad p(M'_3) = p(M_2)\,p(M_1) = \frac{7}{64}$$

$$(M_2 M_2) = M'_4 \longrightarrow x_2 x_2 x_2 \qquad p(M'_4) = p(M_2)\,p(M_2) = \frac{1}{64}$$

As mensagens são agora as quatro sequências distintas que se podem organizar com as M_1 M_2 mensagens iniciais.

Calculemos

$$H(M') = -\sum_{i=1}^{4} p(M'_i) \log_2 p(M'_i) = 1{,}08 \text{ binit / símbolo}$$

Calculemos

$$\bar{T}_{M'} = \frac{49}{64} \cdot 1 + \frac{7}{64} \cdot 2 + \frac{7}{64} \cdot 3 + \frac{1}{64} \cdot 3 = 1{,}36$$

Calculemos

$$G' = \frac{H(M')}{\bar{T}_{M'}} = \frac{1{,}08}{1{,}36} = 0{,}79 \text{ binit / unidade de tempo}$$

Melhoramos a velocidade de transmissão de informação de 0,54 para 0,79 binit / unidade de tempo.

Com um código um pouco mais elaborado podíamos aproximar ràpidamente o limite

1 binit / unidade de tempo

Não poderemos nunca ultrapassá-lo.

Canal com ruído

O Teorema de Shannon para o canal com ruído tem um significado profundo. É no nosso entender o resultado mais importante da Teoria da Informação e que a justifica como uma teoria de grande valor.

Em última análise diz-nos que a capacidade do canal representa a quantidade de informação que na unidade de tempo efectivamente se pode transmitir.

Isto significa que se pode escrever simultâneamente

$$\max \left[\frac{H(X) - H(X/Y)}{T} \right] = C = \frac{I}{T_M} = \frac{H(M) - H(M/\mathcal{M})}{T_M} + \varepsilon_1 \qquad \varepsilon_1 > 0$$

$$\frac{H(M)}{T_M} = C - \varepsilon \qquad \varepsilon > 0$$

o que conduz a

$$H(M/\mathcal{M}) = T_M(\varepsilon_1 - \varepsilon) = \text{quantidade positiva arbitràriamente pequena.}$$

A existência de ruído não impossibilita transmitir com uma frequência de erros arbitràriamente pequena.

A existência de ruído apenas se traduz numa diminuição da capacidade do canal.

Embora se tenha um $H(X/Y)$ finito existe um código para o qual $H(M/\mathcal{M})$ é arbitràriamente pequeno

* * *

Quando

$$G > C$$

será

$$\varepsilon = C - G < 0$$

e

$$H(M/\mathcal{M})$$

está inferiormente limitado por

$$-\varepsilon T_M = (G - C) T_M$$

É este o significado do teorema fundamental da Teoria da Informação para um canal com ruido

BIBLIOGRAFIA

Shannon — The Mathematical Theory of Communication — The University of Illinois Press. — 1949.
Goldman — Information Theory — Prentice-Hall. — 1954.
Middleton — Introduction to Statistical Communication Theory — McGraw-Hill — 1960.
A. M. Yaglom – T. M. Yaglom — Probabilité et Information — Dunod. — 1959.
Woodward and Davies — Information Theory and Inverse Probability in Telecommunication — P. I. E. E. — Parte III — Março de 1952.

THEORY OF INFORMATION

DISCRET SYSTEMS

SUMARY

The fundamental object of the Telecomunication is to transmit correctly a message.

Generaly the telecomunication engineer does not care about the information carried on the signals and his problem is to transmit without distortion.

To the signal we must attribute, then, dimensions in the time-frequency space, and we explore mainly the two following methods of comunication: «frequency division» and «time division».

The Theory of Information analises the informative process with introduction of concepts that clarify it and functions that measure informative contents in the messages.

The Theory of Information was established in 1948 by Shannon, who enunciated and demonstrated the fundamental theorems.

The present work is an element of study for those who want to get deeper knowledge in this field.

The author gives an easy and logical structure of the Theory of Information based on works of Woodward, Davies, Middleton and Goldman. His main aim is to illustrate and distinguish the proprieties of the information source from the proprieties of the information channel.

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LDA.

PRAÇA DO MUNICÍPIO, 13 - 3º - LISBOA

TEL. 36 65 06

SONDAGENS ● FUNDAÇÕES ● TRABALHOS MARÍTIMOS

PONTES E ESTRUTURAS

BATERIA DE 20 CÉLULAS

- Altura das células — 33 metros
- Diâmetro das células — 5,70 metros
- 660 metros de deslise pelo SISTEMA «PROMETO»

FUNDAÇÕES SOBRE ESTACAS

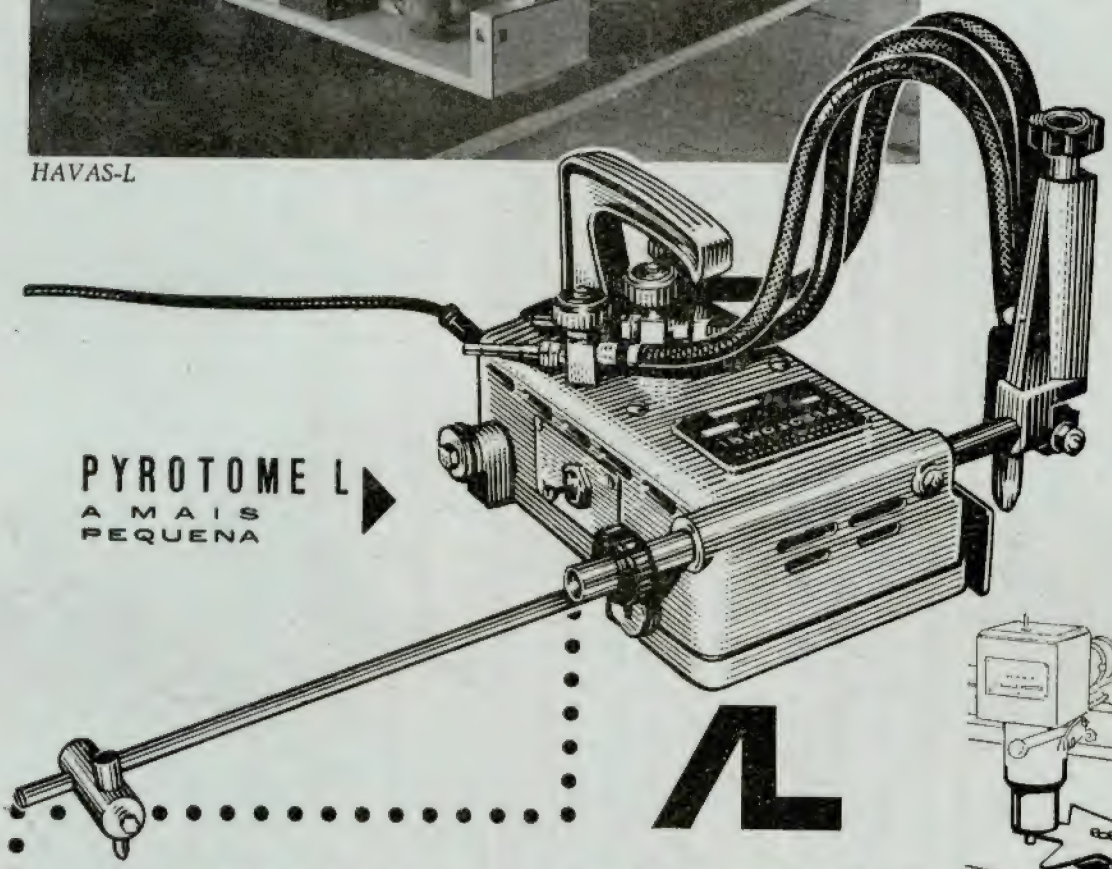
- Profundidade média — 22 metros
- Diâmetro das estacas — 1,00 metro
- 2190 metros de estacas executadas pelo SISTEMA «BENOTO»

MÁQUINAS AUTOMÁTICAS DE OXICORTE

HAVAS-L

LOGATOME
A MAIOR

PYROTOME L
A MAIS PEQUENA



Sociedade Portuguesa do AR LIQUIDO

Agentes Exclusivos de Vendas dos Produtos "L'AIR LIQUIDE"

Fábricas em: **LISBOA** — R. DA QUINTA DO ALMARGEM, 14 — TEL. 63 71 36
PORTO — RUA JUSTINO TEIXEIRA, 657 — TEL. 50031

Depósitos em: **SETÚBAL, COIMBRA, FUNCHAL E PONTA DELGADA**

C. D. U. 532.55 : 532 542.8

PERDAS DE CARGA CONTÍNUAS

RUGOSIDADE DE TÚNEIS REVESTIDOS E NÃO REVESTIDOS

A. QUINTELA
Assistente do Instituto Superior Técnico
Da Hidrotécnica Portuguesa

1 — Leis de resistência dos escoamentos incompressíveis.

1.1 — Parâmetros adimensionais. Secções circulares.

Os parâmetros adimensionais que podem figurar nas leis que regem os escoamentos de fluidos incompressíveis em tubagens rectilíneas de secção constante são os seguintes:

— Coeficiente de resistência $f = \frac{8\tau_0}{\rho U^2}$

— Número de Reynolds $R_e = \frac{\rho U A}{\mu} = \frac{UA}{\nu}$

— Rugosidade relativa $\frac{k}{A}$

em que é

τ_0 — Força resistente tangencial média por unidade de área do contorno.
ρ — Massa específica do fluido.
U — Velocidade média.
A — Grandeza geométrica que caracterize a forma da secção (diâmetro D no caso de secções circulares).
μ — Viscosidade do fluido.
ν — Viscosidade cinemática do fluido.
k — Rugosidade (hidráulica) absoluta.

A perda de energia por unidade de percurso J relaciona-se com τ_0 e, portanto, com f através das expressões

$$\tau_0 = \gamma \frac{S}{P} J = \gamma \bar{R} J$$

$$f = \frac{4\bar{R}J}{U^2/2g}$$

em que é

γ — peso específico do fluido.
S — área da secção do escoamento.
P — perímetro molhado.
$\bar{R}$ — raio hidráulico.

No caso de condutas de secção circular, por ser $\bar{R} = D/4$, resulta a fórmula de Darcy-Weisbach

$$f = \frac{JD}{U^2/2g}. \qquad (1)$$

1.2 — Regime laminar.

A lei adimensional que rege os escoamentos em *regime laminar* — no qual a resistência ao movimento depende sòmente dos efeitos viscosos, e a rugosidade portanto não intervém — apresenta-se como sendo

$$f = \phi\,(R_e).$$

Neste tipo de escoamento a força de resistência ao movimento, para uma tubagem e um fluido dados, é proporcional à primeira potência da velocidade, o que obriga a lei anterior a apresentar-se sob a forma

$$f\,R_e = C_1 \qquad (2)$$

sendo C_1 uma constante dependente da geometria da secção.

Para secções circulares a constante C_1 toma o valor 64 e da conjugação das expressões (1) e (2) resulta a lei de Poiseuille (1)

$$J = 32\,\frac{\mu}{\gamma}\,\frac{U}{D^2}. \qquad (3)$$

Os escoamentos na passagem do regime laminar para o regime turbulento não são estáveis. Para números de Reynolds inferiores a 2500 os escoamentos têm lugar sempre em regime laminar,

(1) Pode chegar-se a esta lei por via ùnicamente teórica, a partir da integração das equações de Navier.

tendo-se conseguido manter este regime, em condições excepcionais de laboratório, até números de Reynolds da ordem de 70000. Existe assim uma zona de passagem do regime laminar para o regime turbulento, a qual se designa por zona crítica.

Os escoamentos de água, na sua quási totalidade, não ocorrem em regime laminar. Com efeito, para uma temperatura de água de 15° C, as velocidades acima das quais o escoamento é turbulento ($R_e = 2500$) são dadas por

$$U = \frac{0{,}0028}{D} \quad (U \text{ em } ms^{-1};\ D \text{ em m})$$

a que correspondem velocidades de 28 cm s^{-1}, e 2,8 mm s^{-1}, para tubos de diâmetros respectivamente 1 cm e 1 m.

1.3 — Regime turbulento liso.

Nos *escoamentos turbulentos em tubos lisos* (tubos de rugosidade pràticamente nula como os de vidro, chumbo e cobre) o coeficiente de resistência f será sòmente função do número de Reynolds

$$f = \phi\ (R_e)\,.$$

Para tubos de secção circular, esta função toma a forma:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{R_e \sqrt{f}}{2{,}51} \qquad (4)$$

estabelecida por Karman e Prandtl a partir de considerações teóricas e resultados experimentais (fórmula de Karman-Prandtl para os tubos lisos).

As equações empíricas de Blasius e Nikuradse, de conhecimento muito difundido, são de utilização prática mais cómoda que a equação (4) e permitem também, dentro dos respectivos limites de validade, o cálculo do valor de f para os escoamentos turbulentos em tubos lisos.

O diagrama da figura 1, designado por «harpa de Nikuradse», resume os resultados das experiências de Nikuradse (publicados em 1933) com tubagens circulares de raio r_o, lisas e com rugosidade artificial criada por grãos de areia sensìvelmente esféricos, de diâmetro constante k. Verifica-se que os tubos rugosos até determinados valores do número de Reynolds seguem a lei dos tubos lisos. O regime dos escoamentos turbulentos no interior de tubos lisos ou de tubos rugosos enquanto regidos por aquela lei é designado por *regime dos tubos lisos* ou *regime turbulento liso*.

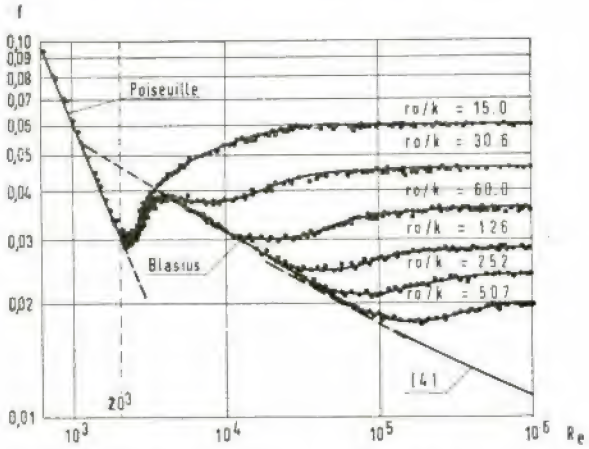


Fig. 1 — Harpa de Nikuradse.

1.4 — Regime turbulento rugoso.

Quando o número de Reynolds cresce acima de determinados limites, a resistência ao escoamento passa a ser determinada pràticamente só pela turbulência. Atinge-se o chamado *regime turbulento rugoso* ou *regime puramente turbulento*, em que o factor de resistência é independente do número de Reynolds e, portanto, (ver figura 1)

$$f = \phi\ (k/D).$$

Apoiados nos resultados das experiências de Nikuradse e com base em considerações teóricas, Karman e Prandtl estabeleceram a seguinte lei para o escoamento em regime turbulento rugoso em tubagens de secção circular

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{3{,}7\ D}{k}\,. \qquad (5)$$

Para os escoamentos turbulentos rugosos pode utilizar-se também a fórmula empírica de Chézy

$$U = C \sqrt{\bar{R} J} \qquad (6)$$

ou as fórmulas empíricas monómias

$$U = k\ \bar{R}^{\alpha}\ J^{\beta}. \qquad (7)$$

Far-se-á referência especial a estas fórmulas no número 2.

1.5 — Regime turbulento de transição.

No *regime de transição* entre escoamentos turbulentos lisos e turbulentos rugosos, o coeficiente de resistência f dependerá de R_e e k/D:

$$f = \phi\ (R_e,\ k/D)\,.$$

Prandtl obteve uma representação da função $f = \phi\ (R_e,\ k/D)$ válida para os regimes turbulentos lisos, de transição e rugosos marcando os resultados das experiências de Nikuradse num gráfico (figura 2) em que as ordenadas e as abcissas são respectivamente $1/\sqrt{f} - 2 \log D/k$ e $R_e \sqrt{f}: D/k$.

lisos. Atinge-se o regime puramente turbulento, em que f é independente de R_e, quando as aspeperezas penetram fortemente no núcleo turbulento e a turbulência atinge intensidade tal que as acções dissipativas devidas à viscosidade são desprezíveis perante as devidas à turbulência.

Colebrook e White vieram estabelecer o elo de ligação entre a teoria da turbulência e as suas aplicações práticas. Realizando experiências com tubagens de betão, tubagens com revestimento asfáltico, tubagens de ferro fundido e de outros materiais, e de diâmetros desde a fracção da polegada até 20 pés, e baseados em considera-

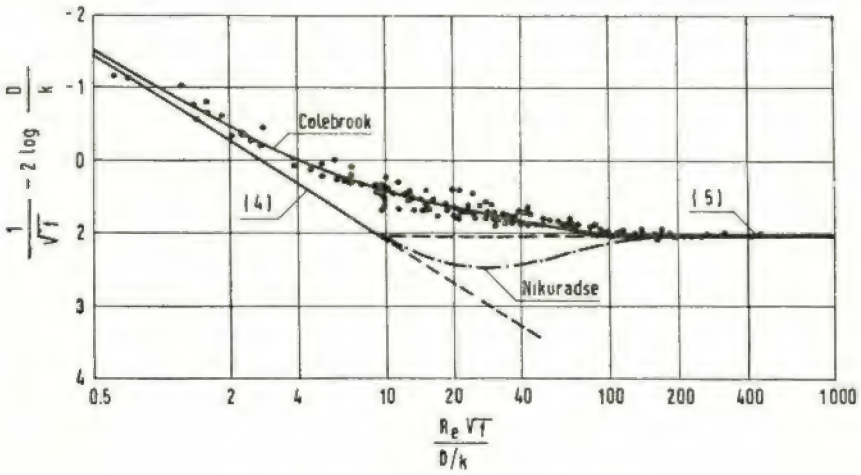


Fig. 2 — Função universal da rugosidade.

É interessante notar que, para as experiências de Nikuradse, o regime de transição tem início e fim para valores de $R_e \sqrt{f}: D/k$ respectivamente de 8 e 200. Atendendo a que a espessura da película laminar δ é

$$\delta = \frac{11{,}6\ \nu}{\sqrt{\tau_o/\rho}} = \frac{32{,}8\ D}{R_e \sqrt{f}}$$

resulta que o regime de transição tem início para $\delta/k = 4$ e termina para $k/\delta = 6$. Isto significa que os tubos rugosos se comportam como lisos enquanto as asperezas não influem na turbulência do escoamento, ou seja, enquanto estão mergulhadas com certa folga na película laminar, cuja espessura é inversamente proporcional ao número de Reynolds. Logo que este atinge determinados valores, as asperezas, pertubando a película laminar, influem na turbulência e a lei dos tubos rugosos passa a diferir da lei dos tubos

ções teóricas, propuseram em 1939 uma lei única para os escoamentos turbulentos de transição em tubagens comerciais

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -\ 2 \log \left(\frac{k}{3{,}7\ D} + \frac{2{,}51}{R_e \sqrt{f}} \right). \quad (8)$$

A fórmula anterior, reduzindo-se às duas fórmulas de Karman-Prandtl (4) e (5) respectivamente para $k/D \to 0$ e $R_e \to \infty$, representa os três aspectos dos escoamentos turbulentos.

Na fórmula de Colebrook-White (ou sòmente fórmula de Colebrook) k representa a rugosidade absoluta equivalente da tubagem comercial que se define como a rugosidade uniforme, a que, para o mesmo diâmetro, corresponderia, segundo a fórmula de Karman-Prandtl para os tubos rugosos, o mesmo coeficiente de resistência.

No diagrama da figura 2, indica-se a curva cor-

respondente à fórmula de Colebrook-White a qual se separa da lei dos tubos lisos para uma abcissa menor que a curva representada por Nikuradse, e, contràriamente a esta, é sempre descendente.

Interpreta-se este facto considerando que o efeito da rugosidade na turbulência é menos brusco nas tubagens comerciais do que nas de rugosidade uniforme, em virtude de as asperesas poderem ficar umas cobertas pela película laminar, outras dela salientes.

Note-se que os pontos representativos das experiências de Colebrook e White com tubagens comerciais se dispersam em torno da curva correspondente, afastando-se por vezes sensìvelmente dela, ao passo que os pontos relativos às experiências de Nikuradse se aglomeram junto da curva respectiva.

Não obstante este facto e mesmo o de em observações diversas se terem verificado, na zona dos escoamentos de transição, resultados discordantes dos de Colebrook e White, continua a aceitar-se a fórmula citada, o que não significa que se considere estabelecida em definitivo a lei daqueles escoamentos.

A fórmula de Colebrook parece [9] ser aplicável a tubagens de «rugosidade isolada», isto é, rugosidade formada por protuberâncias separadas, de altura e espaçamento aleatórios, provocando cada uma um turbilhão independente que dá a sua contribuição para a resistência (tipo de rugosidade da maioria das tubagens comerciais). Não é aplicável, pelo contrário, a tubagens de paredes caneladas.

Se para os regimes turbulentos lisos e rugosos podem também ser aplicadas respectivamente as leis de Blasius ou Nikuradse e a fórmula de Chézy e fórmulas monómias, para o regime turbulento de transição terá de recorrer-se, e exclusivamente, ao emprego da fórmula de Colebrook.

No número 3 trata-se da aplicação prática da fórmula de Colebrook-White e no número 4 dos valores de rugosidade absoluta k com especial referência aos que se devem prever nos túneis com revestimento de betão e nos túneis não revestidos.

1.6 — Secções não circulares

A fórmula de Poiseuille (3), para o cálculo das perdas de carga contínuas em regime laminar e secções circulares, modificada pela introdução de um factor N, pode tornar-se aplicável a outras secções:

$$J = N \frac{\mu}{\gamma} \frac{U}{\bar{R}^2} . \qquad (9)$$

Poderá ainda utilizar-se para estas secções a fórmula (2) referida a secções circulares ($f R_e = 64$) desde que no cálculo de R_e se substitua o diâmetro pelo quádruplo do raio hidráulico afectado de um factor p correctivo $\left(R_e = \frac{pU4\bar{R}}{\nu}\right)$.

Indicam-se a seguir os valores de N, obtidos por Boussinesq [9], bem como os valores de p que lhes correspondem:

— Secção circular (totalidade da secção): $N = 2$; $p = 1$.

— Secções rectangulares:

Altura/largura		N	p
Em pressão	Em superfície livre		
1,0	0,50	1,78	1,12
0,5	0,25	1,94	1,03
0,333	0,166	2,15	0,93
0,25	0,125	2,27	0,88
0,2	0,1	2,38	0,84
0,1	0,05	2,65	0,75

O cálculo de escoamentos turbulentos em condutas e canais de secção não circular, quando se utiliza a fórmula de Colebrook, tem sido realizado substituindo simplesmente o diâmetro D pelo quádruplo do raio hidráulico $D = 4\bar{R}$.

Em 1938, Keulegan obteve expressões teóricas, complexas, para o cálculo dos escoamentos turbulento liso e turbulento rugoso em canais rectangulares de largura infinita e canais trapezoidais [9], propondo, depois de algumas simplificações, a fórmula para escoamentos turbulentos rugosos em canais:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1{,}60 + 2 \log \frac{2\bar{R}}{k} .$$

Os valores de f obtidos por esta expressão e os obtidos pela correspondente fórmula de Karman-Prandtl (5) — em que se faz $D = 4\bar{R}$ — diferem entre si de 5 e 10 % quando $2\bar{R}/k$ toma valores entre 10 e 10^5.

Atendendo a estas pequenas divergências, tem sido prática corrente, para o cálculo dos escoamentos turbulentos em pressão em secções não circulares ou em superfície livre, a utilização — com a obtenção de resultados aproximados — da fórmula de Colebrook em que se substitui o diâmetro pelo quádruplo do raio hidráulico. Este procedimento equivale a admitir que o efeito da secção é completamente representado pelo raio hidráulico — como na aplicação das fórmulas empíricas — e que o efeito da superfície livre é despresável.

A primeira hipótese parece pouco aceitável se se considerar que as fórmulas de resistência de Karman-Prandtl resultaram da integração, para a totalidade da secção circular, das equações estabelecidas pelos autores para a distribuição de velocidades em regime turbulento naquela secção, e que da integração para secções diferentes deverão resultar outras constantes de integração.

A validade da segunda hipótese implicaria a verificação de um comportamento igual, sob o ponto de vista hidráulico, dos escoamentos em pressão e em superfície livre, desde que a secção do primeiro fosse obtida da do segundo por acréscimo da secção simétrica em relação à superfície livre. Tem-se porém observado que nos escoamentos em superfície livre a velocidade máxima não ocorre à superfície — como corresponderia à igualdade de comportamento referida — mas abaixo desta.

Muito recentemente, Enrico Marchi [11] indicou factores correctivos do raio hidráulico a introduzir na fórmula de Colebrook, de modo a serem considerados os efeitos da forma da secção e da superfície livre.

Por considerações teóricas e apoiado em resultados de experiências realizadas pelo próprio e por outros autores, propôs fórmulas para a distribuição de velocidades nos escoamentos turbulentos lisos e rugosos no interior de condutas de diferentes secções. A partir dessas fórmulas obteve as seguintes leis de resistência:

— Regime turbulento liso

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = A_l + B \log R_e \sqrt{f}$$

— Regime turbulento rugoso

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = A_r + B \log \frac{4\bar{R}}{k}$$

em que

$$R_e = \frac{U(4\bar{R})}{\nu}.$$

O valor do coeficiente B é independente da forma da secção e igual a 2,00. Os coeficientes A_l e A_r dependem da forma da secção e da distribuição no contorno da resistência tangencial unitária.

E. Marchi reduziu as expressões anteriores às seguintes:

— Regime turbulento liso

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{pR_e \sqrt{f}}{2{,}51} \qquad (10)$$

— Regime turbulento rugoso

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{3{,}7\, p\, (4\bar{R})}{k} \qquad (11)$$

pelas quais se verifica a possibilidade de traduzir o efeito da forma da secção por um factor p correctivo do raio hidráulico, próprio do regime turbulento e independente da natureza das paredes.

Gentilini, anteriormente a E. Marchi, havia proposto para o cálculo dos escoamentos turbulentos pelas fórmulas de Karman-Prandtl, a adopção dos valores do factor p obtidos para o regime laminar.

Pelas mesmas considerações teóricas que conduziram à fórmula de Colebrook, obtém-se

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \frac{1}{p}\left[\frac{k}{3{,}7\,(4\bar{R})} + \frac{2{,}51}{R_e\sqrt{f}}\right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{k}{3{,}7\,(4\bar{R}_p)} + \frac{2{,}51}{R_{ep}\sqrt{f}}\right]. \qquad (12)$$

Esta expressão é idêntica a (8), desde que no cálculo do número de Reynolds e da rugosidade relativa se substitua o diâmetro pelo quádruplo do raio hidráulico afectado do factor p

$$\left(D = 4\bar{R}_p \text{ e } R_{ep} = \frac{U\,(4\bar{R}_p)}{\nu}\ ;\ \text{com } \bar{R}_p = p\,R\right).$$

Para os *escoamentos em pressão*, E. Marchi, utilizando os resultados indicados por vários autores para escoamentos em tubos lisos, obteve os seguintes valores de p:

— Secção quadrada — 1,00 a 1,17
— Secção triangular equilátera — 1,30
— Secção rectangular larga — 0,84.
(ou anular estreita)

Note-se que, em conformidade com as considerações teóricas de E. Marchi, são diferentes os valores do factor p para os regimes laminar ou turbulento liso. A aplicabilidade ao regime rugoso dos valores do factor p determinados para o regime turbulento liso — que resulta daquelas considerações — não foi ainda comprovada experimentalmente.

Para os *escoamentos em superfície livre*, a partir de resultados próprios e dos indicados por outros autores para escoamentos em tubos lisos e rugosos (de rugosidades artificial e comercial), E. Marchi determinou os valores a seguir indicados para o factor p, que neste caso traduz a influência simultânea da forma da secção e da superfície livre:

Secção triangular equilátera	$p = 1{,}25 - 1{,}30$
Secção triangular recta	$p = 1{,}15 - 1{,}20$
Secção triangular larga	$p = 1{,}00$
Secção semi-circular	$p = 0{,}90$
Secção trapézia ($\approx 1/2$ hexágono)	$p = 0{,}90 - 1{,}00$
Secção trapézia larga	$p = 0{,}80$
Secção rectangular de economia ($b_o = 2\ y_o$)	$p = 0{,}95$
Secção rectangular estreita ($b_o = 2/3\ y_o$)	$p = 0{,}90$
Secção rectangular larga ($b_o = 6\ y_o$)	$p = 0{,}80$.

Nas designações relativas às secções rectangulares, y_o e b_o significam respectivamente a altura de água e a largura do canal.

E. Marchi indica que o erro relativo dos valores que determinou para o factor correctivo é inferior a 5 %.

Para finalizar, cabe indicar a influência introduzida pelo factor correctivo no valor do coeficiente de resistência. O factor correctivo difere da unidade no máximo de 0,2, com excepção do caso das secções triangulares, pouco frequentes na prática. A introdução deste factor no cálculo do número de Reynolds ou da rugosidade relativa provocará nestas grandezas uma variação máxima de 20 %.

Nos escoamentos turbulentos lisos, esta variação do número de Reynolds implica uma variação do coeficiente de resistência (e da perda de carga unitária) de cerca de 6 % e 4 %, respectivamente para $R_e = 10^4$ e $R_e = 10^7$.

Nos escoamentos turbulentos rugosos, a mesma variação da rugosidade relativa determina variações do coeficiente de resistência de cerca de 9 %, 7 % e 4 % respectivamente para rugosidades relativas de 0,05, 0,01 e 0,0001.

2 — Fórmulas empíricas para escoamentos turbulentos rugosos

As fórmulas empíricas de uso mais generalizado para o cálculo de escoamentos turbulentos rugosos são as de Chézy e de Manning-Strickler.

A fórmula de Chézy (6) foi estabelecida em 1775 para o regime uniforme em canais a partir da consideração de que a resistência tangencial média por unidade de área do contorno seria proporcional à energia cinética

$$\tau_o = C' \frac{U^2}{2g} \qquad (13)$$

e da condição de equilíbrio entre a força resistente num troço ΔL e a componente do peso na direcção paralela ao fundo.

$$\gamma S \Delta L J = \tau_o P \Delta L. \qquad (14)$$

De (13) e (14) resulta

$$\gamma \bar{R} J = C' \frac{U^2}{2g}$$

e

$$U = C \sqrt{\bar{R} J}. \qquad (6)$$

A experiência demonstrou que o coeficiente C depende, além da natureza do material da tubagem, da geometria da secção.

Para o cálculo do coeficiente C dispõe-se, entre outras, das fórmulas de

$$\text{Bazin } C = \frac{87 \sqrt{\bar{R}}}{\gamma + \sqrt{\bar{R}}} \text{ (em unidades métricas)}$$

$$\text{Kutter } C = \frac{100 \sqrt{\bar{R}}}{m + \sqrt{\bar{R}}} \text{ (em unidades métricas).}$$

A fórmula de Manning-Strickler é uma fórmula monómia

$$V = K\,\overline{R}^{2/3}\,J^{1/2} \qquad (15)$$

e pode resultar da fórmula de Chézy, se for

$$C = K\overline{R}^{1/6}.$$

O coeficiente de velocidade K tem as dimensões $L^{1/3}\,T^{-1}$.

Os parâmetros γ, m e K são dependentes da natureza do material da tubagem e existe ampla informação dos seus valores, [5], [12] .

dos para qualquer fluido desde que o movimento seja turbulento rugoso.

Referiu-se em 1.5 que o movimento turbulento rugoso tem início para $R_e\sqrt{f}: D/k = 200$, ou, como o valor de f no escoamento turbulento rugoso é dado por (5), para

$$UD = 200\,\upsilon\,\frac{D}{k}\,(2\log\frac{3{,}7\,D}{k}).$$

Na figura 3 apresenta-se a função

$$UD = 2{,}3\times10^{-4}\,\frac{D}{k}\,(2\log\frac{3{,}7\,D}{k}) \qquad (16)$$

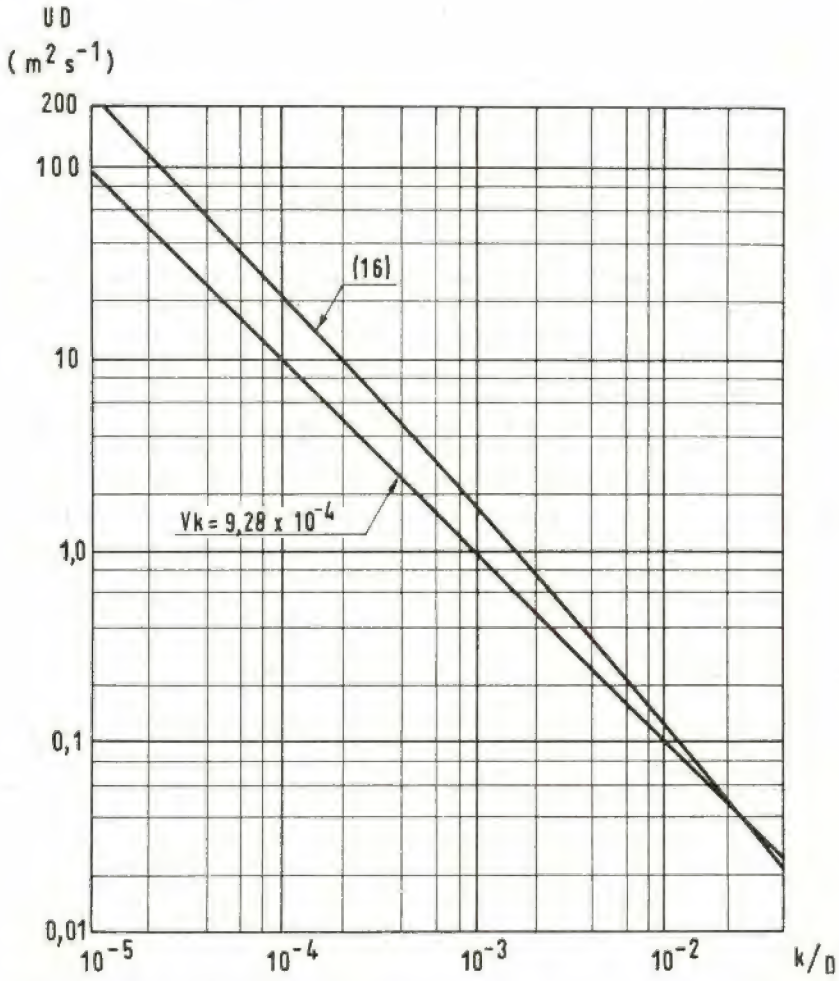


Fig. 3 — Início do movimento turbulento rugoso. Escoamento de água a 15° C.

Estas fórmulas — que se aplicam a secções diferentes da circular e aos escoamentos em superfície livre — são de emprego prático, em especial a fórmula de Manning-Strickler, que se pode traduzir por um ábaco muito simples.

Os valores obtidos por estas fórmulas são válidos e no quadro 1 os valores das velocidades para diferentes valores do diâmetro e rugosidade absoluta, correspondendo ao início do movimento turbulento rugoso para o escoamento de água a 15°C ($\nu = 1{,}15 \times 10^{-6}\,m^2\,s^{-1}$).

Também se representa na figura 3 e se indica

no quadro 1 o limite do regime turbulento rugoso indicado por Ackers para a água a 15° C ($Uk = 0{,}928$; k em mm e U em ms^{-1}), a que se fará referência em 3.2. A coincidência dos dois limites verifica-se para valores da rugosidade relativa muito elevados, da ordem de 0,04.

Sendo as velocidades dos escoamentos nos túneis revestidos dos aproveitamentos hidroeléctricos, normalmente inferiores a 4,00 ms^{-1} e a rugosidade absoluta por vezes inferior a 0,5 mm, aqueles escoamentos são, em muitos casos, do tipo turbulento de transição, como se conclui do exame do quadro 1.

Note-se que as fórmulas empíricas não apresentam compatibilidade absoluta com a lei de Karman-Prandtl para tubos rugosos, [1].

tubos rugosos obrigaria K a depender — além da rugosidade k característica do material, como se indicou — do diâmetro da conduta.

No diagrama da figura 4 representa-se a curva correspondente a (18); neste diagrama uma recta corresponde à relação

$$\frac{D}{K} = a\,(K\,D^{1/6})^b$$

sendo 6 o valor de b para o qual K se torna independente do diâmetro.

A recta traçada neste diagrama corresponde, [4] e [9], à relação

$$k = \left(\frac{26}{K}\right)^6 \text{ (k em m)} \qquad (19)$$

também traduzida no diagrama da figura 5.

QUADRO 1

Limites inferiores da velocidade U ms^{-1} em escoamentos turbulentos rugosos. Água a 15° C.

Limite $UD = 2{,}3 \times 10^{-4} \frac{D}{k} \times (2 \log 3{,}7\ D/k)$	Diâmetro (m)	Rugosidade absoluta (mm)					
		0,1	0,5	1,0	5	10	100
	0,10	16,5	2,60	1,18	0,17	0,07	—
	0,50	20,0	3,30	1,44	0,24	0,11	—
	1,00	21,0	3,60	1,64	0,26	0,12	0,007
	5,00	24,0	4,20	2,00	0,33	0,15	0,010
	10,00	25,6	4,40	2,10	0,35	0,16	0,012
	15,00	26,2	4,67	2,20	0,37	0,17	0,013
Limite $Uk = 0{,}928$ ($U\ ms^{-1}$; k mm)		9,28	1,86	0,93	0,18	0,09	0,009

Para a fórmula de Manning-Strickler considerando (1), resulta, em tubagens da secção circular

$$f = \frac{8\,g\,\sqrt[3]{4}}{K^2\,D^{1/3}}\,. \qquad (17)$$

Igualando os valores de f de (17) e de (5), resulta

$$K = \frac{\sqrt{12{,}7\,g}\ (2 \log 3{,}7\ D/k)}{D^{1/6}}\,. \qquad (18)$$

Verifica-se assim que a compatibilidade das fórmulas de Manning e Karman-Prandtl para

Os pontos de cruzamento da curva (18) e recta (19) correspondem aos valores da rugosidade relativa para os quais são compatíveis as fórmulas (5) e (15), que, para outros valores de rugosidade relativa, fornecem valores de f diferentes.

3 — Aplicação prática da fórmula de Colebrook-White.

3.1 — Ábacos de Moody e Rouse.

A fórmula de Colebrook-White apresenta por um lado a vantagem da sua aplicabilidade a todo

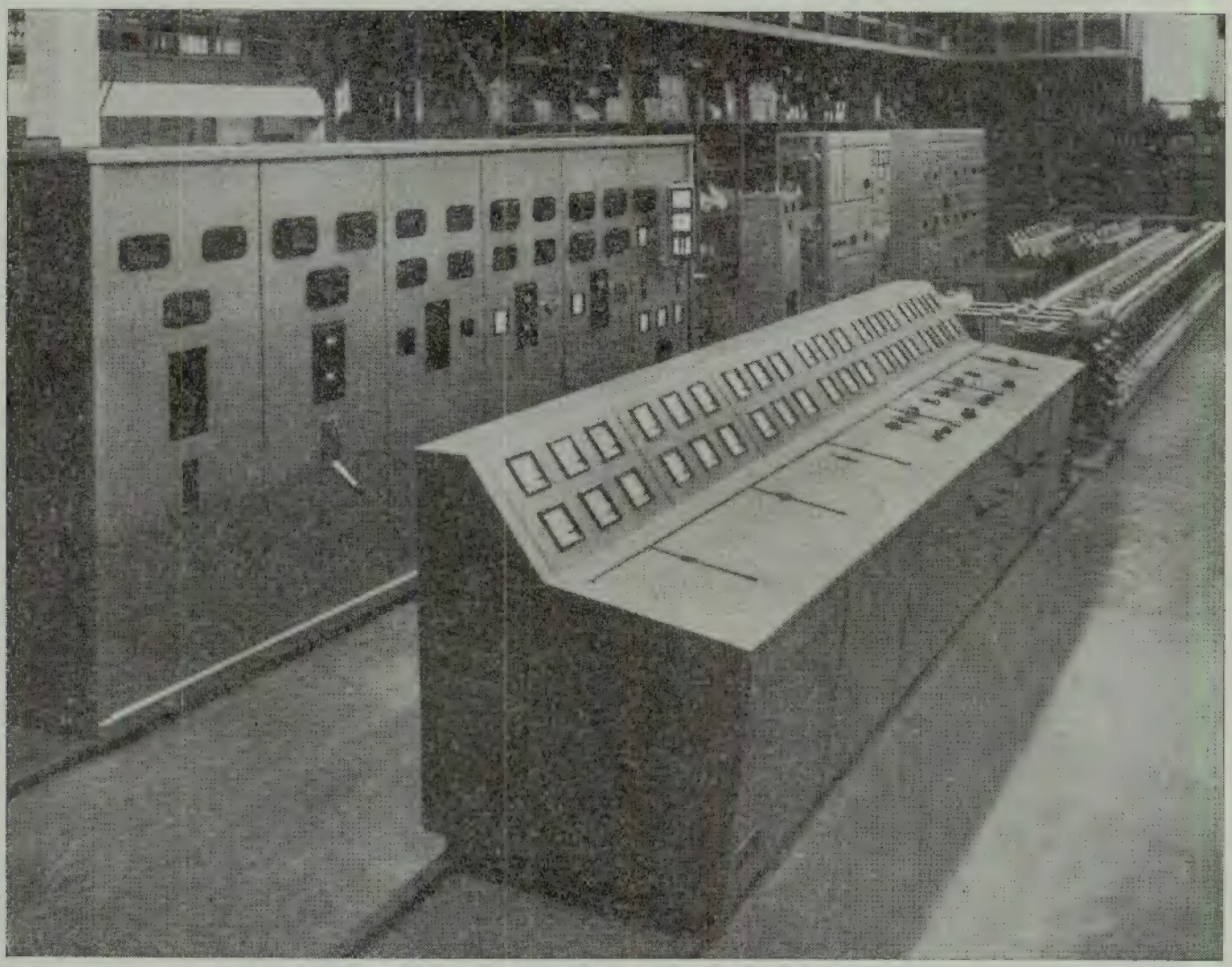
JAYME DA COSTA, L^DA

MECÂNICA E ELECTRICIDADE EM TODAS AS APLICAÇÕES

PORTO
Praça da Batalha, 12
Telef. 2 28 12 (PPC)

LISBOA
Rua dos Correeiros, 14
Telef. 32 70 35 (PPC)

LUANDA
Cx. Postal 5174
Telef. 4743



Material fabricado nas nossas oficinas, pronto para expedição

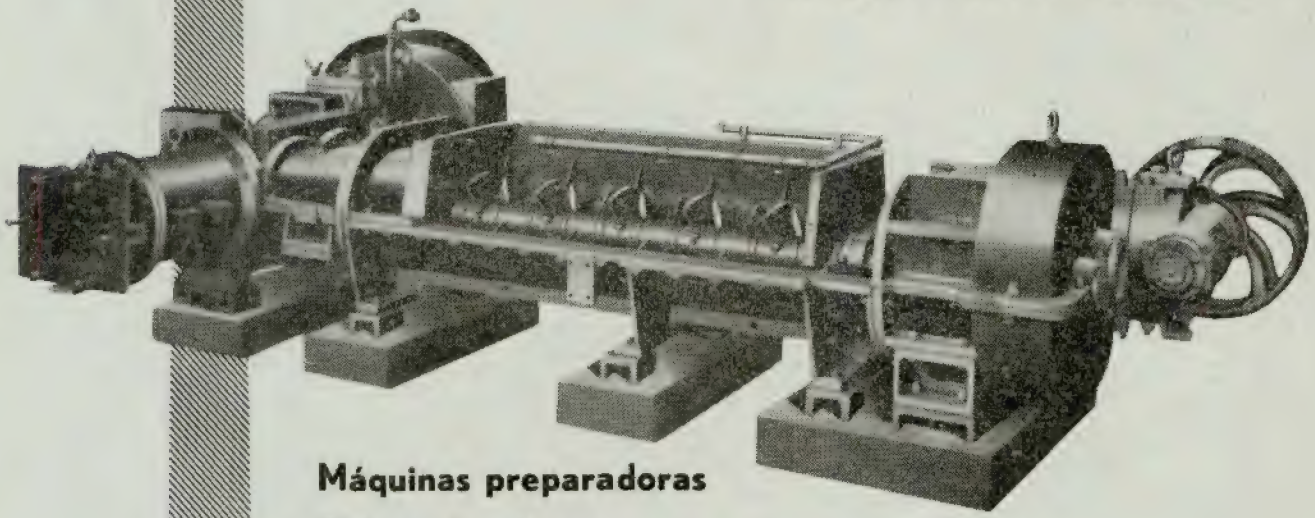
- Fabricação de aparelhagem eléctrica de alta e baixa tensão
- Equipamentos electromecânicos completos para centrais e fábricas
- Postos de transformação tipo monobloco
- Quadros blindados, capsulados e em armário
- Armaduras de iluminação de todos os tipos
- Contadores eléctricos e instrumentos de medida
- Telemedida e telecomando
- Instalações elevatórias de água
- Instalações de saneamento e esgotos
- Ferramentas de corte
- Motores Diesel industriais e marítimos
- Fogões eléctricos
- Frigoríficos
- Ventilação e condicionamento de ar
- Aparelhagem de Raios X e electromedicina

INDÚSTRIA DE CERÂMICA

INSTALAÇÕES COMPLETAS DE FÁBRICAS

ESTUDOS • PROJECTOS • ORÇAMENTOS

ASSISTÊNCIA TÉCNICA



Máquinas preparadoras

Fieiras de vácuo

Fieiras de vácuo com injecção de vapor

(Fabrico sob licença Uniceram)

Alimentadores pneumáticos e activadores de secagem (sistema Klostermeyer)

Alimentadores mecânicos (sistema Ruetz)

Secagem artificial

Acessórios e aparelhagem para fornos em ligas especiais

COMETNA COMPANHIA METALÚRGICA NACIONAL, S. A. R. L.

SUCESSORA DE ALFREDO ALVES & C.ª (FILHOS) — FÁBRICAS VULCANO E COLARES

RUA DA ACADEMIA DAS CIÊNCIAS, 5 — LISBOA 2 — TELEF. P P C A 3 17 10 (5 LINHAS)

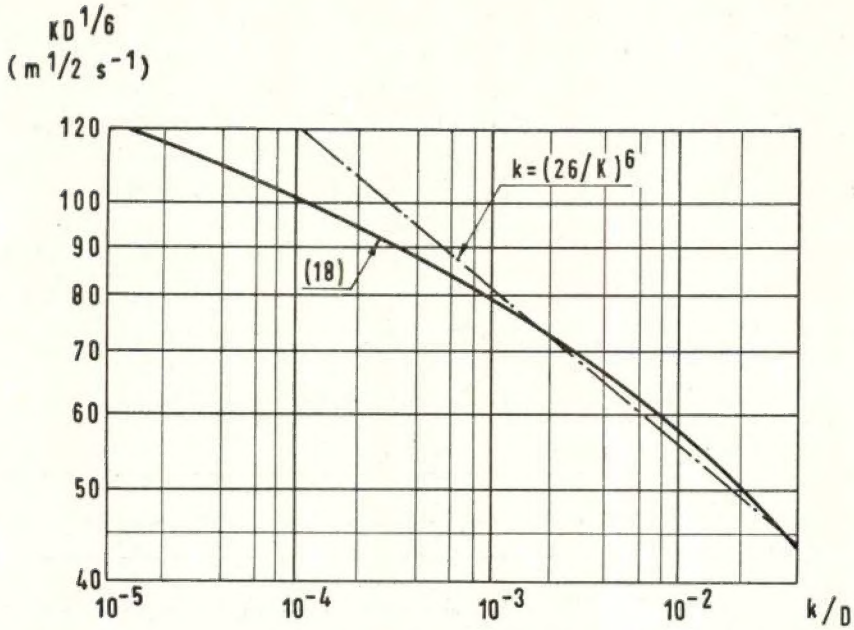


Fig. 4 — Compatibilidade das fórmulas de Karman-Prandtl (regime turbulento rugoso) e Manning-Strickler.

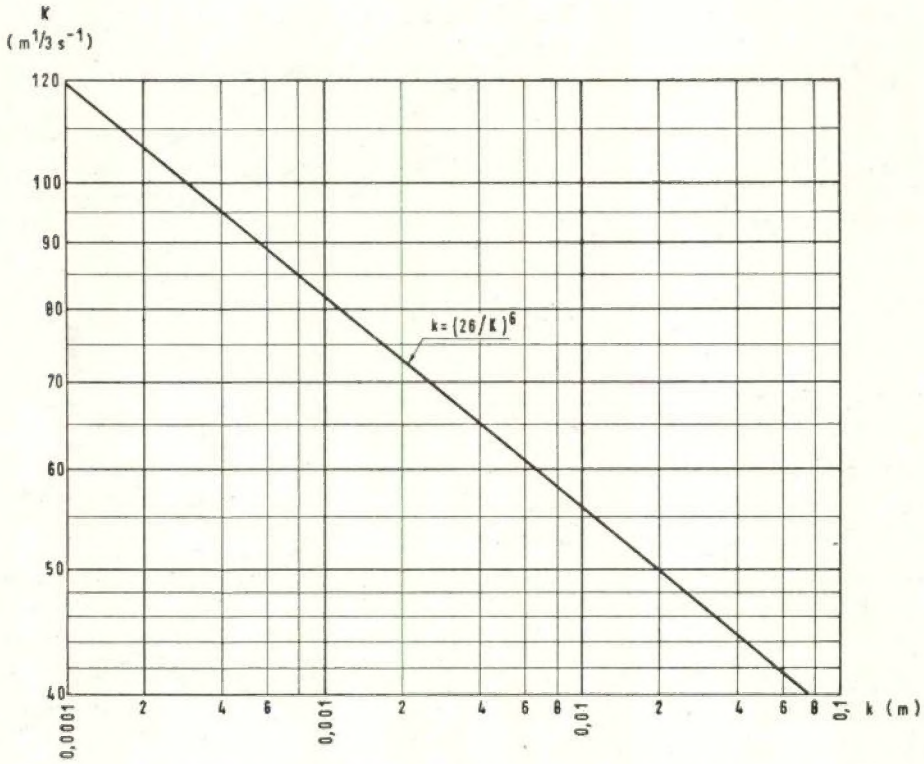


Fig. 5 — Relação entre a rugosidade absoluta k e o coeficiente K de Manning-Strickler.

o campo dos escoamentos turbulentos, por outro lado, a inconveniência de uma aplicação prática complexa, o que constituiu obstáculo à rápida difusão do seu emprego.

Pode pretender-se a resolução por intermédio da fórmula de Colebrook dos seguintes problemas práticos:

1° — Dados U (ou Q), J e k, determinar D;
2° — Dados U (ou Q), D e k, determinar J;

3° — Dados D, J e k, determinar U (ou Q);
4° — Dados D, U (ou Q) e J, determinar k.

A fórmula de Colebrook escrita sob a forma

$$U = -2\sqrt{2gDJ}\log\left(\frac{k}{3{,}7D} + \frac{2{,}51\,\nu}{D\sqrt{2gDJ}}\right) \quad (20)$$

permite a resolução analítica directa do 3° e 4° problemas, sendo necessário resolver por tentativas os restantes. Na zona dos escoamentos puramente turbulentos, a equação (5), à qual se reduz a fórmula de Colebrook, já permite a resolução analítica directa dos quatro problemas.

Aquelas resoluções analíticas, mesmo directas, obrigam à execução de cálculos laboriosos, tendo sido por isso estabelecidos vários processos, quer analíticos quer gráficos, para tornar cómoda a aplicação da fórmula de Colebrook.

São citados nesta sequência os ábacos de Moody e Rouse, muito divulgados. A bibliografia mais recente — [6], [9], [10], [13], [14], [15], e [16] — refere progressos na matéria, dos quais se consideram como mais felizes os ábacos de Ackers e as tabelas de Schulz, de que se tratará nos números 3.2 e 3.3.

No ábaco de Moody (figura 6), cujas abcissas e ordenadas são respectivamente os logaritmos de R_e e f, figuram as curvas f (R_e) para k/D constante e a recta f $R_e = 64$ correspondente à equação de Poiseuille. Sendo aplicável aos movimentos laminar e turbulentos, é designado por ábaco universal de resistência.

Permite a resolução directa do 2° e 4° problemas e obriga tentativas para a resolução do 1° e 3°.

O ábaco de Rouse (figura 7) é também um ábaco universal de resistência; o eixo das ordenadas é graduado em $1/\sqrt{f}$; os dois eixos das abcissas são graduados em logaritmos de R_e e de $R_e\sqrt{f} = \sqrt{2gJD^3/\nu^2}$.

Com o ábaco de Rouse consegue-se a resolução

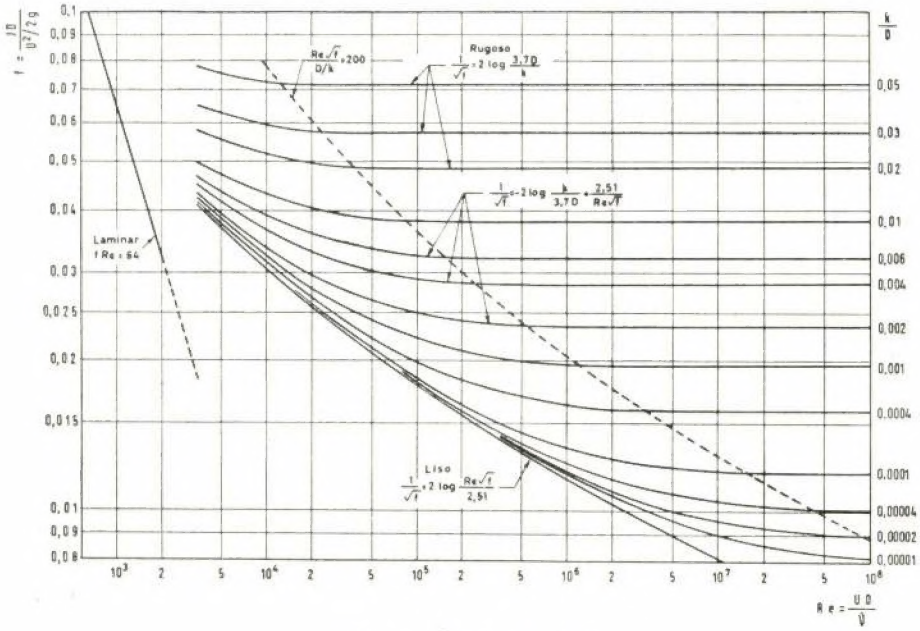


Fig. 6 — Ábaco de Moody.

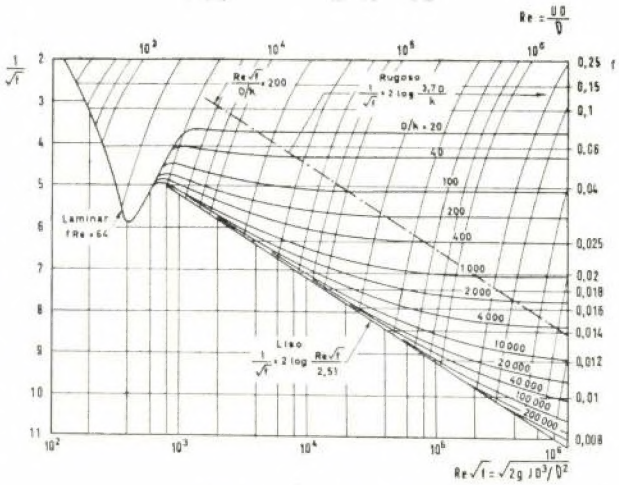


Fig. 7 — Ábaco de Rouse.

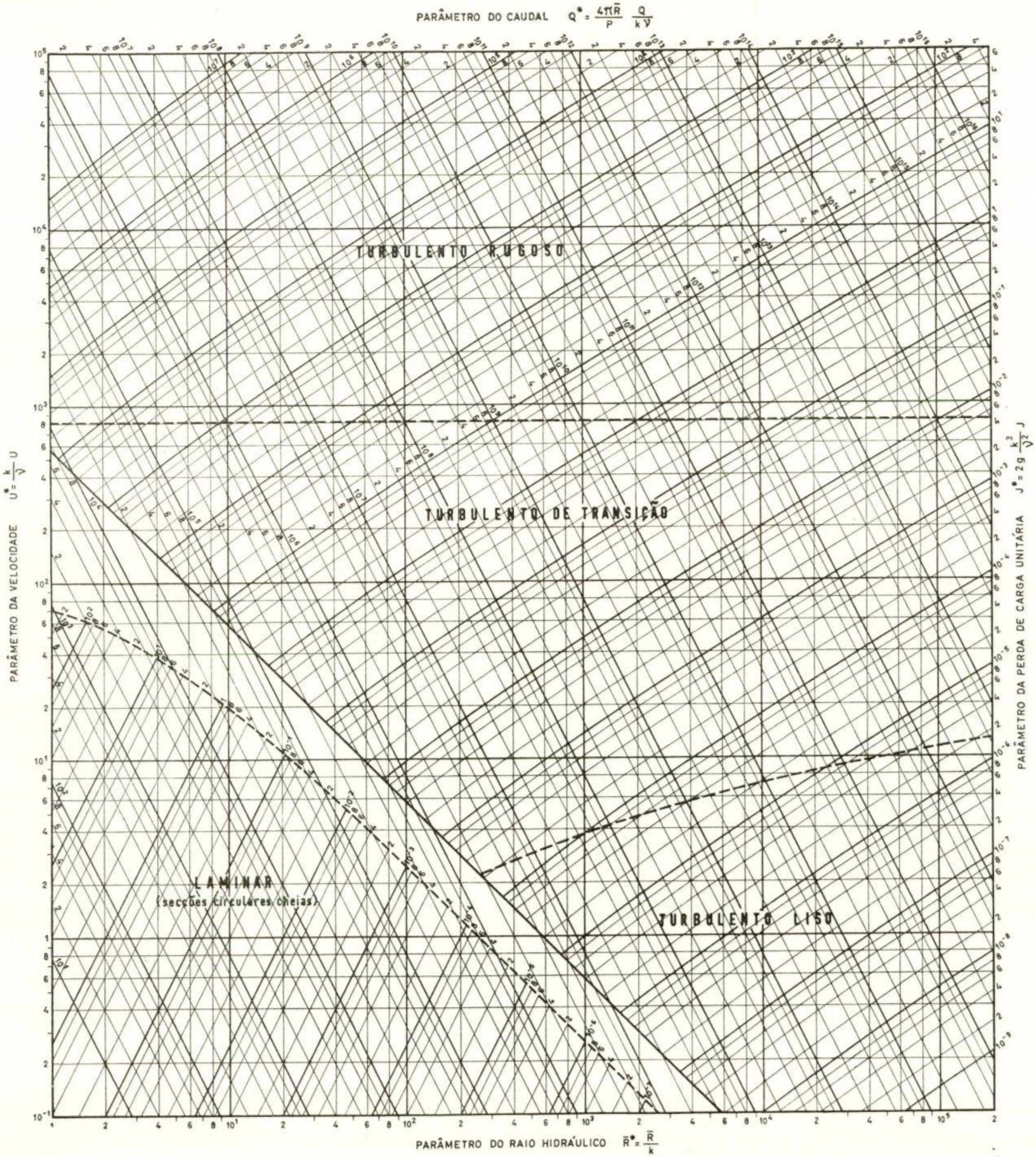


Fig. 8 — Ábaco de Ackers.

FACTORES DE PROPORCIONALIDADE
DOS PARÂMETROS DE ACKERS

AGUA A 15° C : $\nu = 1{,}15 \times 10^{-6}\ m^2\ s^{-1}$

k (mm)	$\frac{k}{\nu}$ (m^{-1} s)	$2g\frac{k^3}{\nu^2}$ (—)	$\frac{1}{k\nu}$ (m^{-3} s)	$\frac{1}{k}$ (m^{-1})
0,01	8,696	$1{,}482 \times 10^{-2}$	$8{,}696 \times 10^{10}$	10^5
0,03	$2{,}609 \times 10$	$4{,}001 \times 10^{-1}$	$2{,}899 \times 10^{10}$	$3{,}333 \times 10^4$
0,06	$5{,}218 \times 10$	3,201	$1{,}449 \times 10^{10}$	$1{,}667 \times 10^4$
0,08	$6{,}957 \times 10$	7,587	$1{,}087 \times 10^{10}$	$1{,}250 \times 10^4$
0,10	$8{,}696 \times 10$	$1{,}482 \times 10$	$8{,}696 \times 10^9$	10^4
0,2	$1{,}739 \times 10^2$	$1{,}186 \times 10^2$	$4{,}348 \times 10^9$	$5{,}000 \times 10^3$
0,3	$2{,}609 \times 10^2$	$4{,}001 \times 10^2$	$2{,}899 \times 10^9$	$3{,}333 \times 10^3$
0,4	$3{,}478 \times 10^2$	$9{,}485 \times 10^2$	$2{,}174 \times 10^9$	$2{,}500 \times 10^3$
0,5	$4{,}348 \times 10^2$	$1{,}853 \times 10^3$	$1{,}739 \times 10^9$	$2{,}000 \times 10^3$
0,6	$5{,}218 \times 10^2$	$3{,}201 \times 10^3$	$1{,}449 \times 10^9$	$1{,}667 \times 10^3$
0,7	$6{,}087 \times 10^2$	$5{,}083 \times 10^3$	$1{,}242 \times 10^9$	$1{,}429 \times 10^3$
0,8	$6{,}957 \times 10^2$	$7{,}587 \times 10^3$	$1{,}087 \times 10^9$	$1{,}250 \times 10^3$
0,9	$7{,}826 \times 10^2$	$1{,}080 \times 10^4$	$9{,}662 \times 10^8$	$1{,}111 \times 10^3$
1,0	$8{,}696 \times 10^2$	$1{,}482 \times 10^4$	$8{,}696 \times 10^8$	10^3
1,2	$1{,}044 \times 10^3$	$2{,}561 \times 10^4$	$7{,}247 \times 10^8$	$8{,}333 \times 10^2$
1,5	$1{,}304 \times 10^3$	$5{,}002 \times 10^4$	$5{,}797 \times 10^8$	$6{,}667 \times 10^2$
2	$1{,}739 \times 10^3$	$1{,}186 \times 10^5$	$4{,}348 \times 10^8$	$5{,}000 \times 10^2$
3	$2{,}609 \times 10^3$	$4{,}001 \times 10^5$	$2{,}899 \times 10^8$	$3{,}333 \times 10^2$
4	$3{,}478 \times 10^3$	$9{,}485 \times 10^5$	$2{,}174 \times 10^8$	$2{,}500 \times 10^2$
6	$5{,}218 \times 10^3$	$3{,}201 \times 10^6$	$1{,}449 \times 10^8$	$1{,}667 \times 10^2$
8	$6{,}957 \times 10^3$	$7{,}587 \times 10^6$	$1{,}087 \times 10^8$	$1{,}250 \times 10^2$
10	$8{,}696 \times 10^3$	$1{,}482 \times 10^7$	$8{,}696 \times 10^7$	10^2
20	$1{,}739 \times 10^4$	$1{,}186 \times 10^8$	$4{,}348 \times 10^7$	$5{,}000 \times 10$
50	$4{,}348 \times 10^4$	$1{,}853 \times 10^9$	$1{,}739 \times 10^7$	$2{,}000 \times 10$
100	$8{,}696 \times 10^4$	$1{,}482 \times 10^{10}$	$8{,}696 \times 10^6$	10
200	$1{,}739 \times 10^5$	$1{,}186 \times 10^{11}$	$4{,}348 \times 10^6$	5,000
400	$3{,}478 \times 10^5$	$9{,}485 \times 10^{11}$	$2{,}174 \times 10^6$	2,500
600	$5{,}218 \times 10^5$	$3{,}201 \times 10^{12}$	$1{,}449 \times 10^6$	1,667